

Ensaaios sobre a Educação Matemática

Ensaaios sobre a Educação Matemática

JOHN A. FOSSA



Editora Livraria da Física
São Paulo — 2012

Copyright © 2012 Editora Livraria da Física
1ª edição
Direção editorial José Roberto Marinho
Editor-assistente Victor Pereira Marinho
Capa Fábio Ricardo Mancuso
Projeto gráfico e diagramação Fábio Ricardo Mancuso

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Fossa, John A.

Ensaaios sobre a educação matemática / John A. Fossa.
-- 2. ed. -- São Paulo : Editora Livraria da Física, 2011.

ISBN 978-85-7861-120-0

1. Matemática - Estudo e ensino I. Título.

11-13458

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Estudo e ensino 510.7

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte
desta obra poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104,
106 e 107 da Lei no 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



Para Catherine

Sumário

Apresentação à Segunda Edição	9
Apresentação à Primeira Edição	11
1. O Intucionismo e a Educação Matemática	13
2. Intucionismo, Matemática e Educação Matemática.....	21
3. Métodos Alternativos de Avaliação no Ensino do Cálculo	47
4. Hamlet, Antipholus e Antipholus: Lucubrações Pedagógicas sobre a História da Matemática	61
5. A História da Matemática como uma Fonte de Atividades Matemáticas.....	67
6. Matemática, História e Compreensão	75
7. Um Esquema para o Processamento de Informação Cognitiva	101
8. A Noção de Esquema.....	109
9. A Aquisição de Conceitos segundo Piaget Dienes e Skemp	117
10. Compreensão Instrumental e Compreensão Relacional.....	125

8 Ensaaios sobre a Educação Matemática

11. A Geometria Urbana como um
Recurso Didático133
12. O Que Há de Errado com o Quinto Postulado de
Euclides?..... 139
13. A História da Geometria e a Epistemologia da
Matemática149
14. A Matemática e a Questão: Para Que Educar?
Uma Revisão da História da Matemática de Platão
a Dewey173
15. Tradução e Comentário sobre o Relatório do Sub-
grupo “Matemática Universitária nos Países em
Desenvolvimento” do ICME-6 183
16. Indo além da Máquina: Uma Introdução
à Funções195
17. Funções, Equações e Regras (Coautoria de Maria
da Glória de Sousa e Silva Fossa)203
18. Identificação dos Erros Cometidos na Resolução
da Subtração por Alunos da 4º Série do 1º Grau
(Coautoria de Roosevelt Imperiano da Silva)217

Apresentação à Segunda Edição

A segunda edição do presente volume traz os 16 artigos da primeira edição, basicamente sem modificações. No entanto, foram feitas pequenas correções referentes ao idioma nacional e pontos estilísticos. Além dos originais 16 capítulos, acrescentamos mais dois. O primeiro deles é o Capítulo 6 – Matemática, História e Compreensão que complementa os artigos originais (Capítulos 4 e 5) sobre o uso da História da Matemática como um instrumento pedagógico. O segundo dos referidos capítulos novos é o Capítulo 7 – Um Esquema para o Processamento de Informação Cognitiva. Esse capítulo, por sua vez, complementa os Capítulos 8, 9 e 10. Aproveitando a analogia feita pela própria teoria abordada no capítulo (de que a mente funciona como um computador eletrônico), o material é apresentado na forma de um *flow-chart*.

Queremos agradecer a todos os que ajudaram na preparação dessa segunda edição dos *Ensaio*s. Em especial, agradecemos à EDUEPA, a editora da primeira edição, em 2001, pois é com a anuência dela que a

presente edição está sendo publicada por outra editora. Agradecemos também à *Revista Cocar*, que deu permissão para a reedição do artigo *Matemática, História e Compreensão*, publicado originalmente nas páginas 7-15 do número 4 do volume 2 (2008) da mesma.

Ainda agradeço à minha colega Sarah Mara Silva Leôncio que digitalizou o livro todo e fez as mudanças necessárias devido à adoção da ortografia nova. Finalmente, agradeço ao Prof. Iran Abreu Mendes, que não somente, mais uma vez, cuidou dos detalhes com a editora Livraria da Física, mas também encorajou a realização do projeto que teve por resultado a presente edição desses *Ensaio*s.

Apresentação à Primeira Edição

Palestras e cursos geralmente têm a grande vantagem de serem dinâmicos e flexíveis. O palestrante ainda pode ser interrogado e pode reagir de imediato a seus críticos. Não obstante, existe também a grande desvantagem de serem efêmeros e é frequentemente difícil reconstruir o pensamento do palestrante a partir dos apontamentos feitos rapidamente na hora da palestra. Assim, expositores recebem vários pedidos para formalizarem a palestra por escrito. Na presente e modesta coletânea, tento atender às solicitações deste tipo, pois aqui são reunidas versões escritas de dez das minhas palestras mais requisitadas. Além destas, incluo mais seis ensaios que tratam de assuntos que espero que sejam de muito interesse aos que trabalham no campo da Educação Matemática. A origem dos ensaios é sistematizada da seguinte forma:

Capítulo 1 – VI CNECIM (Congresso Norte-Nordeste do Ensino de Ciências e Matemática)

Capítulo 2 – VI CNECIM

Capítulo 3 – V ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática)

12 Ensaios sobre a Educação Matemática

Capítulo 4 – V ENEM

Capítulo 5 – Seminário Nacional de História da Matemática

Capítulo 11 – V ENEM

Capítulo 12 – Departamento de Matemática, UFRN (Universidade Federal do Rio Grande do Norte)

Capítulo 13 – Departamento de Física, UFRN

Capítulo 17 – 48º SBPC (Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência)

Capítulo 18 – ICME-8 (Oitavo Congresso Internacional de Educação Matemática)

Os Capítulos 8-10 e 14-16 aparecem aqui pela primeira vez. [Para os Capítulos 6 e 7, ver a Apresentação à Segunda Edição.]

Ainda quero agradecer a todos que ajudaram a minimizar os meus erros na preparação deste livro. Em especial, agradeço à minha colega, Professora Bernadete Barbosa Morey, que leu o manuscrito inteiro e fez valiosas sugestões referentes à gramática e ao estilo; ao Prof. Iran Abreu Mendes, que cuidou dos detalhes com a editora da Universidade do Estado do Pará; e à minha esposa, Maria da Glória de Sousa e Silva Fossa, que sempre esteve pronta para proferir bons conselhos quando eu os precisava.

Capítulo 1

O Intuicionismo e a Educação Matemática

A sala de aula não deixa de ser um mundo, um mundo às vezes estranho e distante do dia a dia das pessoas adultas; um mundo, afinal, que merece nossa atenção. No nosso caso, no caso das pessoas cujo dia a dia há lugar neste estranho mundo, a necessidade de refletir sobre esta realidade é talvez ainda mais premente. Mas quantas vezes saímos do nosso cubículo para ver o que o colega está fazendo no cubículo vizinho? Veríamos que, em linhas gerais, há dois tipos de salas de aula. O primeiro é aquele em que predomina o ensino tradicional. No segundo tipo prevalece o ensino intuicionista (ou construtivista). Façamos uma rápida visita a cada um destes dois tipos.

A partir do primeiro momento da nossa visita à sala de aula tradicional, fica patente que é o professor quem é a estrela. Este fica no palco onde se situa toda a ação, enquanto o aluno, passivo e bem comportado, só assiste ao espetáculo, ou, no máximo, é dado um pequeno papel sob a direção cuidadosa do professor. Seguindo as noções mais modernas da psicologia educacional, o professor segue o seguinte roteiro:

1. Dá ao aluno vários exemplos do conceito a ser aprendido.
2. O conceito é definido pelo professor.
3. Mais exemplos são dados.
4. O professor passa uma riqueza de exercícios de fixação.
5. Uma “avaliação objetiva” é feita para verificar se o aluno aprendeu sua lição.

Já na sala de aula intuicionista, vemos que é o aluno quem é a estrela. Trabalhando em pequenos grupos com seus colegas, ele está ativamente engajado no desenvolvimento de alguma tarefa. Com tantos alunos conversando e com muito mais movimento na sala de aula se comparada com uma aula tradicional, parece que a aula virou bagunça! Mas é só na aparência. Embora o professor agora só tenha um papel coadjuvante, este papel é importantíssimo; podemos caracterizá-lo da seguinte maneira:

6. O professor organiza atividades estruturadas.
7. Mostra os erros através do uso de contraexemplos.
8. Estimula a criação de novos conceitos.
9. Estimula abordagens diferentes.
10. Avalia o aluno através do diálogo e de projetos.

Naturalmente, os dois tipos de sala de aula que acabamos de visitar são baseados em pressuposições diferentes. A seguir, revisaremos algumas destas pressuposições.

O Conhecimento

O comportamento do professor tradicional na sala de aula mostra que, para ele, o conhecimento é algo que ele tem – ou melhor, algo que ele detém. O conhecimento, bem como a verdade e o significado, é ancorado em uma realidade externa e independente do sujeito epistemológico, o que explica as fortes tonalidades de objetividade que permeia o ensino tradicional. Acima de tudo, porém, o conhecimento é transmissível e o veículo da transmissão é a linguagem. Assim, na concepção tradicional, a comunicação não é problemática. Basta fazer um pacotinho de palavras e dá-lo ao outro por meio verbal ou escrito; o recipiente simplesmente abre o pacote decifrando as palavras e, logo, está de posse do conhecimento transmitido.

O professor intuicionista, em contraste, nem tenta fazer pacotinhos de palavras para presentear ao aluno. Segundo o intuicionismo, o conhecimento não é algo que o professor tem, mas antes algo que cada indivíduo tem de construir para si mesmo. A verdade é ancorada no poder criativo do indivíduo e, assim, o conhecimento não é transmissível. A linguagem serve somente como um ajudante à memória e como um instrumento bastante impreciso de comunicação. O importante mesmo é o pensamento concreto do indivíduo.

Se a linguagem é, de fato, tão inepta na transmissão do nosso pensamento a ponto de tornar a própria comunicação problemática, pode-se perguntar com que justificativa o professor intuicionista permanece na sala de aula. Isto é, sem os recursos da linguagem que permitem a comunicação do conhecimento, parece que não há possibilidade de ensino e, portanto, a profissão docente é ilusória.

O professor intuicionista concordaria com a conclusão de que o ensino é impossível desde que a comunicação do conhecimento também o seja. Discordaria, porém, com o pressuposto de que a vocação do professor é o ensino. Muito pelo contrário, o professor só pode ajudar o aluno a apreender. Isto é possível porque a linguagem não é uma construção individual, mas uma construção social. A natureza social da linguagem, porém, não desloca o conhecimento do pensamento concreto do indivíduo para algum plano social místico; mas significa que as várias pessoas constroem estrutu-

ras análogas o que, por sua vez, implica que há algum tipo de comunicação imperfeita.

Geralmente, é um tanto difícil decifrar em que pontos duas estruturas análogas são incompatíveis. Quando, porém, descobrimos que nosso interlocutor tem expectativas diversas das nossas, entendemos que há algo errado. Se, por exemplo, queremos que o aluno construa o conceito de “sereia” e ele diz que tem medo das sereias que correm na praia à noite, vislumbramos um problema. Segundo nosso conceito de sereia, esta não pode correr na praia porque não tem pernas. Assim, precisamos fazer o aluno reorganizar seu conceito de sereia de tal forma que, em vez de pernas, ela possua uma cauda de peixe. É através de muitas repetições desse processo que tornamos as nossas estruturas sempre mais análogas, facilitando a comunicação linguística (que, porém, sempre permanece imperfeita).

A Avaliação

Para o professor tradicional, a avaliação é meramente um instrumento de averiguar se o aluno realmente aprendeu o que foi ensinado. Desde que a comunicação não apresente qualquer aspecto problemático, além de certos macetes de ordem prática, o professor prossegue de maneira “objetiva”, fazendo o aluno repetir sozinho o que a ele foi ensinado. Se este chega à mes-

ma resposta do professor, pode-se concluir que a transmissão de conhecimento proposta realmente aconteceu.

O intuicionista tem uma visão mais sutil sobre a avaliação. O aluno que faz “uma prova” e chega à mesma resposta do professor não mostra que ele construiu estruturas análogas às do mesmo. O mero fato de que nenhuma expectativa divergente apareceu na prova não é suficiente para mostrar que as divergências não existem. Na verdade, a prova é um instrumento de pouca precisão que não reflete adequadamente o pensamento do aluno.

O pensamento de outra pessoa, porém, não está à flor da pele para ser observado por todo mundo. Muito pelo contrário, o professor tem de tentar descobrir o pensamento do aluno através de um processo complexo de hipóteses e testes; isto é, o professor tem de manter um diálogo intensivo com o aluno sobre a matéria em questão e estar sempre atento às várias expectativas divergentes que possam aparecer. É neste sentido que o intuicionista proclama que o professor deve ser também um pesquisador – não necessariamente um pesquisador nas fronteiras da sua disciplina, mas um pesquisador dentro da sua sala de aula. É, de fato, necessário montar um projeto de pesquisa para cada aluno na aula para tentar determinar seu pensamento.

Além do que foi dito anteriormente, as finalidades intuicionistas da avaliação são diferentes das do

professor tradicional. Este só quer verificar se conseguiu transmitir o seu conhecimento; desde que não haja transmissão de conhecimento para o intuicionista, não se precisa da verificação! A avaliação é uma tentativa de vislumbrar as estruturas construídas pelo aluno e de levá-lo a obter estruturas sempre mais análogas às do professor. Portanto, a avaliação não é algo que acontece depois do ato de conhecer, mas é uma parte integral do processo de conhecer. Assim, para o intuicionista, a avaliação é contínua e diária.

A Ética

Pode, à primeira vista, parecer estranho falar da ética no contexto da Educação Matemática. Temos de notar, porém, que o intuicionismo (construtivismo) transcende a Educação Matemática, chegando a ser uma teoria epistemológica ampla. Além disso, no entanto, a própria postura do professor na sala de aula tem importantes implicações éticas, como será evidente a seguir.

Apoiado pelo conceito objetivo do conhecimento, o professor tradicional se torna uma autoridade cognitiva. É ele quem detém o conhecimento e é ele quem o repassa para o aluno. Para fazer a transmissão de forma eficaz, é necessário que o professor também seja uma

autoridade comportamental. Assim, o valor supremo do ensino tradicional é a obediência. O aluno tem de reproduzir o conhecimento do professor da maneira em que o professor manda e, ainda, tem de se comportar dentro da sala de aula segundo as diretrizes dadas pelo professor. Podemos notar ainda que não devesse ser uma surpresa que a obediência seja a mola mestra da aula tradicional, pois é exatamente este valor que era esperado do bom cidadão, o cidadão que seria um soldado ou um operário.

Desde que o conhecimento é subjetivo para o intuicionista, o professor não pode se considerar uma autoridade cognitiva, mas apenas um colega mais experiente. Conseqüentemente, o professor intuicionista tampouco pode ser uma autoridade comportamental. Deve ser claro que o intuicionismo não prega a libertinagem total, em que cada um age segundo seu próprio bel-prazer. Muito pelo contrário, o intuicionista valoriza a cooperação entre as várias pessoas para desenvolver todo o potencial humano de cada um. Assim, o professor intuicionista não impõe padrões de comportamento, mas age mais como o presidente da mesa para proporcionar a todos as condições que favorecem a aprendizagem. (*Note, porém, que as condições que ele quer garantir são bastante diferentes das do professor tradicional.*) Assim, o valor supremo do ensino intuicionista é a autonomia que maximizaria o poder criativo do indivíduo.)