
HISTÓRIA E MATEMÁTICA EM SALA DE AULA
contextos, textos e atividades





MIGUEL CHAQUIAM

HISTÓRIA E MATEMÁTICA EM SALA DE AULA
contextos, textos e atividades

SÉRIE
História da Matemática
no Ensino de Matemática

Volume 02



2023

Copyright © 2023 Editora Livraria da Física
1ª Edição

Direção editorial

José Roberto Marinho

Projeto gráfico

Fabício Ribeiro

Diagramação e capa

Fabício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Chaquiam, Miguel

História e matemática em sala de aula: contextos, textos e atividades / Miguel Chaquiam. – São Paulo: Livraria da Física, 2023. – (História da Matemática no Ensino da Matemática; 2)

Bibliografia

ISBN 978-65-5563-287-3

1. Diagramas lógico 2. Funções 3. Matemática - Estudo e ensino 4. Matemática - Estudo e ensino - História - Brasil 5. Matemática - História 6. Práticas educacionais 7. Tecnologias digitais I. Título II. Série.

22-137874

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática: Estudo e ensino 510.7

Henrique Ribeiro Soares - Bibliotecário - CRB-8/9314

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.

Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



Editora Livraria da Física
www.livrariadafisica.com.br

PREFÁCIO

A coleção “Textos de História da Matemática” começou a ser publicada pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), em 2001, no IV Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM). Essa coleção era formada por textos que tinham como ponto de partida os minicursos apresentados no evento, e avançavam no sentido de se configurarem como referências a professores que buscassem abordar uma História da Matemática em suas aulas e a pesquisadores interessados em História da Matemática.

Os textos desenvolvidos a partir dos minicursos apresentados no SNHM continuaram a ser publicados nas edições posteriores desse evento. Foram editados mais de 120 livros nas coleções “Textos de História da Matemática”, “História da Matemática para professores”, “História da matemática para o ensino”, “História da matemática e da educação matemática para o ensino” e “História da Matemática no estudo e na pesquisa”.

No XV SNHM foram selecionados oito volumes para a coleção “História da Matemática no Ensino de Matemática”. Esses textos se voltam à apresentação de possibilidades de abordar temáticas referentes à História da Matemática no ensino de conteúdos matemáticos na Educação Básica ou Ensino Superior. Assim, pretende-se que esses materiais possam contribuir para o aumento da abordagem histórica no ensino de Matemática nos diferentes níveis educacionais. Para a edição dessa coleção, a SBHMat contou com o apoio da Livraria da Física e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Nesse volume o autor descreve a composição do *diagrama-metodológico* como alternativa para integração da história ao ensino de conteúdos matemáticos e apresenta reflexões acerca dos contextos constitutivos e de sua utilização. Exemplifica a utilização deste diagrama no ensino de Funções e de Números Complexos por meio da apresentação de recortes históricos que integram estes conteúdos matemáticos a partir do diagrama e de atividades.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
HISTÓRIA E MATEMÁTICA: RECONSTRUINDO CENÁRIOS	13
CONSTITUIÇÃO EVOLUÇÃO DO DIAGRAMA-METODOLÓGICO	25
HISTÓRIA E MATEMÁTICA: DO TEMA ÀS ATIVIDADES.....	45
Texto I: Da álgebra literal ao conceito de Função.....	46
Texto II: As primeiras definições de Função.....	52
Texto III: Os “impossíveis” de Chuquet, Cardano e Bombelli.....	56
Texto IV: Os “imaginários” de Bernoulli, Euler e Gauss	63
Texto V: Sobre as operações com “imaginários”	67
Texto VI: Os planos complexos de Wessel, Argand e Gauss	71
CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIAGRAMA E SUA UTILIZAÇÃO	79
REFERÊNCIAS.....	83
O AUTOR.....	89



INTRODUÇÃO

Este texto é fruto de pesquisas relacionadas ao uso da história da matemática em sala de aula, iniciadas em 2005 em decorrência da indicação para ministrar a disciplina História da Matemática no curso de licenciatura em Matemática, e de trabalhos publicados recentemente com resultados da aplicação de versões do diagrama-metodológico ora proposto, corroborado por minicursos, palestras e exposições sobre essa temática. Trata-se de um modelo resultante de experiências empreendidas durante vários anos no curso superior.

Dentre os trabalhos que ancoram a essa proposta estão o livro *Ensaio Temático: História e Matemática em sala de aula*, publicado em 2017; o artigo publicado na Revista Paradigma em 2020, intitulado *História e Matemática Integradas por meio de um Diagrama Metodológico*; o capítulo *Da Tábua de Plimpton às primeiras definições de função*, publicado no livro *Investigações científicas envolvendo a História da Matemática sob o olhar da pluralidade*, em 2021; o capítulo *Constituição do conceito de função e generalidades por Leonhard Euler em *Introductio in Analysis Infinitorum**, publicado no livro *O Olho do Mestre: Dez livros-textos históricos*, em 2021, no texto para o minicurso *História e Matemática: dos contextos às atividades*, apresentado na X Bienal da Matemática, em junho de 2022, o artigo intitulado *História e Matemática: um elo e quatro contextos*, publicado na revista COCAR, julho de 2022, e, recentemente, o livro *História e Matemática: um elo entre contextos, textos e atividades*, utilizado num minicurso no XIII Encontro Paraense de Educação Matemática (XIII EPAEM), em outubro de 2022.

Além das citadas obras, também serão apontados trabalhos publicados no Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM) – Edição Especial IV Seminário Cearense de História da Matemática (IV SCHM) e nos Anais do XIII EPAEM, bem como as pesquisas desenvolvidas por integrantes do Grupo de Pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ), por alunos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (PGEM-UEPA) e por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC-UEPA-CNPq).

O interesse em sedimentar essa proposta também vislumbra contribuir de alguma forma à melhoria do ensino de matemática e, conseqüentemente, reverberar nos desempenhos dos alunos nas avaliações, visto que o ensino da matemática ao longo do tempo tem sido caracterizado, como apontam diversas pesquisas, como frio, mecanizado e decorativo, sem a preocupação do professor em tornar as aulas mais interativas, dinâmicas e interessantes para os alunos.

Tais fatos podem refletir na aprendizagem e os problemas percebidos a partir do desempenho dos alunos ao longo do ensino fundamental e médio, bem como nas avaliações coordenadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e pelo Ministério da Educação (MEC), dentre eles, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Provinha Brasil e Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

De outro lado, pesquisas relacionadas a integração da História da Ciência, em particular, da História da Matemática, apontam que essa integração está se constituindo num valioso elemento para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem, nas diferentes áreas e nos diversos níveis, visto que possibilita a compreensão das

origens das ideias que deram forma à nossa cultura e observar os diversos aspectos da sua constituição e perceber que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, em grande parte, numa ordem bem diferente daquela apresentada após todo o processo de formal.

No campo da Educação Matemática identifica-se claramente alternativas que podem contribuir para um trabalho mais eficaz do professor e uma aprendizagem mais consistente por parte dos alunos, a saber, modelagem matemática, resolução de problemas, ensino por atividades, jogos, etnomatemática, história da matemática, uso de tecnologias e materiais manipuláveis, dentre outras.

Com o foco no professor, percebe-se a necessidade de constituição de parâmetros claros quanto ao uso da história associado ao ensino de conteúdos específicos, bem como a disponibilização de materiais com essas características, acessíveis para uso em sala de aula. Nesse sentido, cabe ao professor buscar metodologias e formas diversificadas para o ensino, de modo a contribuir à melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem, em particular, da Matemática.

Os estudos apontam neste sentido que a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria da aprendizagem da Matemática e emerge como uma possibilidade de buscar uma “nova” forma de ver e entender a Matemática, ou seja, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras áreas, mais agradável, mais criativa e mais humanizada.

Essa combinação, inserção de fatos da história durante o processo de ensino de conteúdos específicos, pode ser uma dinâmica interessante na introdução determinados conteúdos em sala de aula,

tendo em vista que essa inserção pode favorecer o reconhecimento da Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas da humanidade, identificar as preocupações de grupos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos do passado e do presente.

Neste texto apresento ponderações sobre a História da Matemática como campo de pesquisa e correntes historiográficas; abordo-a como tendência da Educação Matemática e discorro sobre possibilidades e potencialidades didáticas de seu uso no ensino de conteúdos matemáticos; perpasso pela formação inicial e continuada de professores; apresento comentários e indicações bibliográficas sobre elaboração de atividades que associam história e matemática em sala de aula; apresento a composição do diagrama-metodológico, reflexões acerca dos contextos constitutivos, considerações sobre o texto balizado pelo diagrama e percepções de alunos e professores quanto ao uso deste. Por fim, serão apresentados recortes históricos que integram conteúdos matemáticos a partir do diagrama e atividades vinculados ao texto frutificado

Ressalto que essa proposta não está dirigida aos historiadores de profissão ou historiadores da matemática e, sim, as pessoas com pouca ou nenhuma experiência em pesquisa em história, aos professores em formação inicial ou continuada que buscam inserir história em sala de aula e aos que ministram a disciplina História da Matemática, visto que essa proposta tem se mostrado frutífera.

HISTÓRIA E MATEMÁTICA: RECONSTRUINDO CENÁRIOS

Ao nos confrontarmos com as discussões quanto ao uso da História da Matemática associada ao ensino de conteúdos específicos, deparamo-nos com vários argumentos a favor e contrários a sua utilização em sala de aula. Discorremos sobre algumas das ideias expostas com o intuito de proporcionar ao leitor um corpo teórico acerca dessa temática. As ponderações visam subsidiar o leitor com elementos que possam responder as questões levantadas por Jankvist (2009, apud DIAS, 2014, p. 38):

- i) Por que a história pode ou deve ser utilizada no ensino e na aprendizagem da Matemática?
- ii) Como a história pode ou deve ser utilizada no ensino e na aprendizagem da Matemática?

Embora muitos acreditem que seja desperdício de tempo e esforço apresentados, iniciamos com argumentos a favor do uso didático da história da matemática, apresentados por Vianna (1998, p. 8) quando resume as posições de André Weil (1906 – 1998) e de Dirk Jan Struik (1894 – 2000) ao afirmarem que História da Matemática pode contribuir para “satisfazer nosso desejo de saber como os conceitos da matemática se originaram e desenvolveram; proporcionar o encontro entre o especialista em Matemática e profissionais de outras áreas científicas e ilustrar e tornar mais interessantes o ensino da matemática”. Outrossim, concordo com Weinberg (2015) quando afirma que a pesquisa hoje é amparada e alumiada pelo conhecimento de seu passado, que pode contribuir para o sucesso do trabalho ou gerar infortúnios pelo seu desconhecimento.

Sob esse *prima*, Miguel e Brito (1996) relatam que por meio da história é possível evidenciar que a matemática modifica-se através dos tempos devido interferência de outros setores do conhecimento humano, da cultura e da técnica, ademais, Schubring (1997) aponta que na introdução de elementos históricos por meio dos textos originais ou de biografias de matemáticos estamos fazendo uma abordagem direta da história da matemática e que nesse tipo de abordagem a descoberta dos conceitos pode ser apresentada de modo a crescer o interesse dos alunos pela Matemática.

Sob outro enfoque, Schubring (1997, p. 58) aponta que a abordagem indireta envolve a apresentação de uma análise da gênese dos problemas, dos fatos e das demonstrações envolvidos no momento decisivo dessa gênese. Essa abordagem na formação de professores favorece a constituição de um meta-saber capaz de contribuir para uma melhor orientação dos processos pedagógicos. Além disso, pode servir como base para a compreensão do desenvolvimento da matemática não como uma concepção continuísta e cumulativa, mas com fases alternadas de continuidade e rupturas.

Por outro *prima*, quando Miguel (1997) discorre sobre as potencialidades pedagógicas da história da matemática, ressalta a ausência de literatura adequada e a natureza imprópria da literatura disponível sobre história da matemática, argumentos que não corroboram em relação utilização da história da matemática de forma didática.

Para Miguel e Brito (1996) a história pode possibilitar que o futuro professor perceba que ocorreram modificações na matemática e que essas modificações ao longo dos tempos foram devidas as interferências de outros setores do conhecimento humano, da cultura e da técnica, e também que

A história poderia auxiliar os futuros professores a perceber que o movimento de abstração e generalização crescentes por que passam muitos conceitos e teorias em matemática não se deve, exclusivamente, a razões de ordem lógica, mas à interferência de outros discursos na constituição e no desenvolvimento do discurso matemático. (MIGUEL e BRITO, 1996, p.4)

Para corroborar com o uso da história da matemática em sala de aula, reconhecer a Matemática como uma criação humana e conectar a Matemática as atividades humanas, D'Ambrosio (1999):

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBROSIO, 1999, p. 97)

Em relação ao cenário brasileiro, Baroni e Nobre (1999) posicionam as pesquisas em oito blocos a partir das identificações de Hans Wussing, a saber: a) História de problemas e conceitos; b) As interligações entre Matemática, Ciências Naturais e Técnica; c) Biografias; d) Organizações institucionais; e) A Matemática como parte da cultura humana; f) Influências sociais ao desenvolvimento da Matemática; g) A Matemática como parte da formação geral do indivíduo e h) Análise histórica e crítica de fontes literárias.

A fundação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat) em 1999 passa a ser um indicador de que a história da matemática no Brasil começa avigorar-se e, de acordo com Baroni, Teixeira e Nobre (2004), as pesquisas podem ser classificam

em quatro grandes temáticas, a saber: “i) História da Educação Matemática; ii) Concepções de professores de Matemática em relação à História da Matemática; iii) História da Matemática na formação do matemático e do professor de Matemática; iv) Utilização da História da Matemática como recurso pedagógico.”

Como leitura complementar sobre o movimento da história da matemática no Brasil, recomendamos o trabalho de Pereira (2021), onde é dedicada uma seção ao “Movimento de pesquisas em História da Matemática” a partir da fundação da SBHMat e também ressaltados os textos que buscam tendências de história da matemática, relações com a educação matemática e possibilidades pedagógicas da História na educação Matemática.

Em relação a formação do professor, concordamos com Ponte (2000, p. 15) quando afirma que o futuro professor deve ter a sua formação inicial pautada por uma sólida formação ética, cultural, pessoal e social, além de trabalhar conteúdos específicos “[...] segundo metodologias de ensino e de aprendizagem diversificadas, de modo a desenvolver uma variedade de conhecimentos, de capacidades, de atitudes e de valores. Esta exposição a diferentes métodos também funciona como um mecanismo de aprendizagem.” Pesquisas indicam que a integração da história aos conteúdos específicos, associados a combinação de recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem, visto as possibilidades de ver e entender conteúdos específicos de forma contextualizada e integrada às outras áreas do saber, o que torna esse processo mais agradável, mais criativo e mais humanizado.

Dentre as propostas, Miguel e Miorim (2004) apontam argumentos reforçadores no que tange as potencialidades pedagógicas relacionadas a integração da história, classificados em duas classes, i) os de natureza epistemológica e ii) os de natureza ética. Em relação a

primeira, a história da matemática pode ser fornecer uma sequência, um ordenamento dos tópicos a serem trabalhados em sala de aula, bem como contribuir com métodos diferentes de ensino e problemas motivadores. Ademais, a história pode contribuir para a compreensão de obstáculos epistemológicos em diferentes momentos da constituição ou evolução de um conceito.

Na outra classe, a história da matemática emerge como um meio que possibilita a percepção e integração dos diversos campos da Matemática, o que contrapõem as formas compartilhadas constantes nos livros didáticos da Educação Básica, além de contribuir para um pensamento crítico e responder às questões do dia-a-dia. Esses dois aspectos voltados à formação inicial podem proporcionar uma nova visão ao futuro professor sobre o que é matemática a partir da sua história, em última análise, melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem em decorrência das apropriações conceituais e metodológicas.

Mendes, Fossa e Valdés (2006) afirmam que “é necessário que passemos cada vez mais a discutir o processo gerativo da construção do conhecimento matemático (saber/fazer). Conhecer é um processo extremamente dinâmico e jamais finalizado (processo histórico), sujeito ao contexto natural, cultural e social”. Para esses autores, é a partir das interações dentro dos contextos natural e sociocultural que o indivíduo emana manifestações. Complementarmente, para Mendes, Fossa e Valdés (2006, p. 12), “esse processo cognitivo se manifesta na interação do indivíduo com seu contexto natural e sociocultural, considerando que não há interrupção nem priorização entre o saber e o fazer”.

Pesquisas indicam que a história da matemática vem constituindo bases como área de conhecimento e apontam um maior interesse por parte de professores, incluso Lopes & Ferreira (2013),

que também destacam que a aprendizagem matemática está intimamente ligada à motivação e interesse por essa ciência e que a história da matemática pode tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes, que é possível mostrar o porquê de estudar certos conteúdos e que o professor pode construir um olhar crítico sobre o assunto.

Nesse sentido, Mendes (2013) aponta que o uso da história da matemática deve transcender o uso de narrativas centradas em nomes, datas e locais, em geral apartadas dos conteúdos ou das ideias produzidas para explicar contextos socioculturais ou internos à Matemática. Sobre a formação didática e conceitual do professor, salienta que a história “serve para dar suporte para a disciplina de formação conceitual e epistemológica na licenciatura em matemática e tem como característica sua organização sob três enfoques: história dos tópicos matemáticos; história da matemática e história da educação matemática.” (MENDES, 2013, p. 70)

Sob a lente dos que argumentam favoravelmente quanto ao uso da história da matemática no ensino, sobre qual matemática deve ser ensinada ou constar nos livros textos e também sobre as diferentes concepções sobre como a história pode toar, concordamos com Roque (2014) quando afirma que “a história da matemática ajudaria os estudantes a adquirirem um sentido de diversidade, sendo o reconhecimento de diferentes contextos e necessidades um importante componente na elaboração do corpo de conhecimentos que chamamos matemática.” (ROQUE, 2014, p. 169)

Para contrapor historiadores, matemáticos e educadores que apontam vantagens na inserção de conteúdos históricos vinculados no ensino de conteúdos específicos, Moura e Silva (2014, p. 337) apontam que há uma contradição por parte dos professores, isto é, embora estes reconheçam a importância da inserção de conteúdos históricos durante o ensino de conteúdos disciplinares, tratam

a história como um apêndice ao ensino e não estão dispostos a sair do conforto das abordagens tradicionais dos conteúdos específicos e enveredar por novos caminhos.

Sob outra lente, o professor percebe e tem consciência da necessidade de mudança, a qual se expressa de dentro para fora, através da angústia de um dia de trabalho que não satisfaz a atitude do professor que tenta ser atuante. Essas pressões são percebidas por educadores das mais diversas áreas. Na verdade, é o mundo contemporâneo com suas idiossincrasias que está a exigir de todos mudanças ininterruptamente.

Nesse sentido, Mendes (2010) assinala que para agir como condutor e corresponsável pelo processo ensino-aprendizagem

é necessário que o professor se sinta à vontade na Matemática que ensina, conhecendo os conceitos, técnicas e processos matemáticos, indo muito além do conhecimento do tipo saber fazer, precisa ser capaz de explicar porque e de relacionar ideias ou procedimentos dentro e fora da Matemática. (MENDES, 2010, p. 19).

Uma abordagem bastante interessante apresentada por Moura e Silva (2014, pp. 337-338), discutida durante o doutoramento de Moura em 2012, foi denominada de Abordagem Multicontextual da História da Ciência (AMHIC) para o ensino de conteúdos históricos na formação de professores, proposta baseada na contextualização de conteúdos históricos, sob o viés teórico de uma formação crítico-transformadora de professores, aonde os episódios históricos são estudados a partir da contextualização e por meio dos contextos científico, metacientífico e pedagógico. Segundos os proponentes, os resultados da aplicação de uma abordagem constituída pelos episódios históricos trabalhados a partir de um viés problematizador

produziram contextos de análise que acenderam soluções admissíveis para o problema de como fazer e minimizar a lacuna entre o conteúdo histórico e específico ensinado durante a formação do professor e o que ele de fato ensinará e mobilizará no cotidiano escolar.

Ademais, Borges e Cavalari (2021) ao analisarem teses e dissertações, identificaram propostas didáticas que articulam a história da matemática na formação inicial de professores, tendo como foco as formações matemáticas e pedagógicas de professores e a constituição de um banco com propostas didáticas que fazem uso da história da matemática. Tomando por base essa e outras pesquisas, podemos ampliar o quadro considerando que é função do professor a elaboração intencional de material didático para compor a estratégia metodológica adotada, evidentemente, associado à ação de ensinar.

Quadro 01: História da Matemática à Formação de Professores Matemática

Contribuições da História da Matemática	Formação Didática e Pedagógica	Composição das partes para exposição de conceitos matemáticos
		Integrar de diferentes campos da matemática
		Métodos para abordagem pedagógica no ensino de conteúdos matemáticos
		Ensino de conteúdos matemáticos a partir de problemas práticos, curiosos ou recreativos
	Formação Matemática	Facilita a compreensão dos conteúdos matemáticos
		Facilita a compreensão acerca da natureza da Matemática
		Estabelece conexões entre Matemática e outras áreas do conhecimento
		Incentiva aos estudos dos conteúdos matemáticos

Fonte: Elaborado a partir de Borges e Cavalari (2021); Miguel (1997), 2022.

A observação do Quadro 1 nos revela a importância do uso da história da matemática, bem como a constituição de propostas