



A Convenção dos Algarismos







Lázaro Coutinho

A Convenção dos Algarismos



Livraria
da
Física

Editora





Copyright © 2009 Editora Livraria da Física
1ª Edição

Direção Editorial
José Roberto Marinho

Revisão
Maria Angela Rodrigues Figueiredo

Capa
Antônio Manuel Alves Morais com ilustração de
Rodrigo de Souza Furtado

Diagramação
Antônio Manuel Alves Morais

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Coutinho, Lázaro

A convenção dos algarismos / Lázaro Coutinho. --
São Paulo : Editora Livraria da Física, 2009.

Bibliografia.

ISBN 978-85-7861-045-6

1. Aritmética 2. Matemática 3. Numeração
4. Números I. Título.

09-09741

CDD-513

Índices para catálogo sistemático:
1. Algarismos : Matemática 513



Editora
www.livrariadafisica.com.br





Sumário

Prelúdio.....	11
I – Os Conferencistas.....	13
II – A Ideia.....	21
III – Os Preparativos.....	25
IV – A Abertura.....	35
V – As Primeiras Palestras.....	41
VI – A História do Corvo.....	49
VII – Os Números Perfeitos.....	55
VIII – O Interlúdio.....	65
IX – A Surpreendente Palestra.....	67
X – O Erro do 7.....	81
XI – A Hora e a Vez do 9.....	93
XII – As Últimas Palestras.....	101
XIII – O Veredicto.....	117
XIV – Epílogo.....	123
Apêndice.....	129
O Problema das 7 Pontes.....	129
A Matemática dos Babilônios.....	130
A Regra de Divisibilidade por 3.....	132
Os Triângulos Pitagóricos.....	132
Os Triângulos de Herão.....	133
Os Números Primos.....	135
O Problema do Papiro de Rhind.....	136
A Regra dos Nove-Fora.....	139
Regras de Divisibilidade por 7.....	140





Os Quadrados Mágicos.....	142
A Teoria de Grupos	148
O Monstro.....	150
A Medalha Fields	153
A mais recente descoberta do 4.....	155
Questões.....	157
Uma questão à parte.....	163
Respostas.....	165
Bibliografia comentada.....	173
Índice Remissivo	179





Lázaro Coutinho

“O homem descobriu, em algum momento da História, o modo de contar. Depois vieram os algarismos para ajudar. No final, juntos, o homem e os algarismos inventaram a Matemática.”



Lázaro Coutinho





Agradecimentos

Seria difícil, se não impossível, agradecer a todos que de uma forma ou de outra, participaram na realização deste livro. Até mesmo uma situação ou uma conversa introduziram estímulos para o desenvolvimento do texto, sem contar, é claro, as consultas à extensa e selecionada bibliografia cujos títulos incluem alguns clássicos.

À determinadas pessoas, porém, desejo manifestar os meus especiais agradecimentos. São elas: Rodrigo de Souza Furtado, artista plástico, que leu cuidadosamente a primeira versão do manuscrito, sugerindo modificações estéticas; Luiz Renato Dantas Coutinho, jornalista, pelas ideias que me permitiram aprofundar a mística subentendida em certas passagens, a Léa Marinho Soares pelos pertinentes comentários após ter feito uma paciente leitura, a Luiz Carlos de Castro Guedes e a José Roberto Dantas de Oliveira, consultores em Informática da Marinha, pela ajuda prestada na parte inerente às suas atividades.

E por fim, meus agradecimentos a Roberto Quintanilha Novo, docente titular do Departamento de Matemática do Instituto Militar de Engenharia do Rio de Janeiro na Praia Vermelha, pela sua criteriosa e atenta leitura dos originais quando fez oportunas observações que enriqueceram o conteúdo histórico e filosófico da narrativa aqui apresentada.





Prefácio

Este livro conta uma história ficcional, mas muito original, sobre os algarismos, ocorrida durante uma convenção marcada para eleger qual deles é o mais importante. Na audiência, estão presentes algarismos de outras eras, cujas perguntas, motivadas pela falta de conhecimento deles sobre a Matemática atual, são interessantes e, ao mesmo tempo, oportunas para o palestrante mostrar sua importância para o público e, claro, para os juízes. Com isso, ganha o leitor ao tomar ciência dos mais divertidos e curiosos fatos matemáticos, envolvendo apenas, na maioria das vezes, as quatro operações fundamentais da Aritmética. Em alguns casos, nem mesmo isso é necessário, bastando ler e apreciar a curiosidade numérica.

Por outro lado, as perguntas dos pares, isto é, dos concorrentes ao título, provocam discussões acirradas, motivadas pelas rivalidades e o espírito de competição. Mas não são só pretensões e ciúmes que surgem durante o simpósio. Algumas perguntas dão oportunidade ao orador de contar histórias curiosas, como é o caso da passagem bíblica a respeito de José, vendido pelos irmãos como escravo. Há também a passagem de Johann Carl Friederich Gauss (1777-1855), conhecido como o Príncipe dos Matemáticos, que nos remete a uma instituição de ensino do século XVIII, ainda presa aos moldes da Idade Média, cujas aulas de aritmética eram ministradas por um aterrorizante Mestre-Escola.

Seis juízes, todos algarismos romanos, foram escolhidos para julgarem o mérito das palestras e, embora não estivessem totalmente preparados para a função, souberam vencer o desafio, motivados pelo entusiasmo de se tornarem, de um momento para outro, árbitros de uma disputa entre vaidosos algarismos de um sistema numérico reconhecido como superior e adotado internacionalmente.

A participação dos números romanos e, de outros mais antigos, enriquece os debates, pois, muitos fatos do conhecimento geral dos algarismos indoarábicos são estranhos e mesmo inconcebíveis para eles.





A Convenção dos Algarismos

O infinito, por exemplo, é uma abstração que não conheciam.

O último dia da Convenção traz surpresas para muitos dos conferencistas que viam, no encontro, apenas uma oportunidade para demonstrar o valor individual de cada um, esquecidos da importância maior do sistema numérico do qual fazem parte.

Depois da história, o leitor encontrará uma sequência de estimulantes questões relativas aos assuntos comentados na Convenção e com detalhes apresentados no Apêndice. Algumas delas são bem simples, enquanto outras exigem um pouco mais de raciocínio do leitor. As respostas e, algumas vezes, os seus desenvolvimentos estão no final do livro

Uma ampla bibliografia comentada serve de convite aos interessados no aprofundamento dos temas apresentados.

A ideia principal deste livro é oferecer conhecimento matemático, entremeado com certo entretenimento, mas com base em fundamentos históricos e resultados de pesquisa. Um desses resultados, a história do “Monstro”, por exemplo, um misterioso ente matemático, descoberto no século XX e que só agora os cientistas estão percebendo a importância dele para a Física. Os físicos-matemáticos acreditam que esse “ser”, uma vez conhecido em todos os seus “hábitos” e características”, revelará fatos ligados ao perfeito entendimento do Universo.

É esse entendimento pleno que constitui o verdadeiro Graal da Humanidade: *o conhecimento*.



Lázaro Coutinho

Prelúdio

O “contar” foi provavelmente a primeira atividade Matemática do homem. No início dessa habilidade, ele usava partes do corpo, como os dedos das mãos e dos pés. Mais tarde surgiram os algarismos. Quando, e onde isto aconteceu, ninguém sabe ao certo. Permanece um mistério!

Algumas espécies de algarismos tiveram vida curta, outras sobreviveram. Os algarismos romanos são um exemplo de longevidade: estão aí até hoje.

No mundo moderno, quase todos os povos adotam a numeração posicional de base 10, formada pelos algarismos decimais. É principalmente sobre eles que fala a história que se inicia a seguir.





I – Os Conferencistas

Os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0 surgiram, há séculos, na Índia. De lá, viajaram para os países árabes, onde ficaram algum tempo. Por fim, alguns descendentes vieram para o Ocidente, estabelecendo-se na Europa Medieval. No início, não tinham a forma que têm hoje: as linhas retas e segmentárias dos algarismos que vemos na eletrônica digital constituem os requintes de um processo evolutivo de dezenas de séculos.

Apesar da convivência de centenas de anos, o relacionamento entre eles nem sempre foi harmonioso. A vaidade de uns e a prepotência de outros provocaram divergências, levando, muitas vezes, a discussões sérias.

A começar pelo 9, por ser o maior dos algarismos, sempre se achou o máximo, com direito a dar ordens inclusive. O arrogante 7, por ser o mais citado na Bíblia, vivia dizendo que era o mais popular e, portanto, o mais importante. Tinha este, também, a história da qual muito se orgulhava de contar e, repetidas vezes, o que fazia disso o seu marketing favorito, ganhando sempre a atenção dos ouvintes. O 7 é um cara envolvente e sabe, como poucos, aproveitar-se disto.

Eis a sua história que, no final, envolve um desafio surgido no século XVIII na antiga Prússia, hoje território russo.

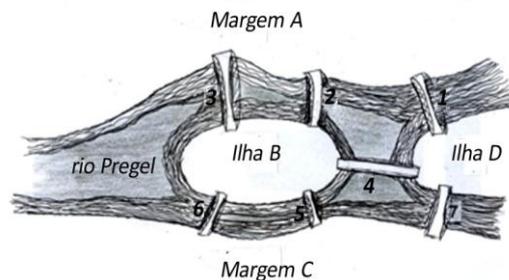


Figura 1- As pontes do rio Pregel.





A Convenção dos Algarismos

A pequena cidade universitária de Königsberg (hoje Kaliningrado), banhada pelo rio Pregel, possuía 7 pontes, das quais, 4 ligavam a cidade à ilha Kneiphof. Uma quinta ponte ligava esta ilha a uma outra. As duas últimas pontes ligavam essa segunda ilha às margens (Figura 1).

Desafio: planejar um passeio de ida e volta ao ponto de partida, de modo que se cruze cada ponte uma única vez.

Veja bem: não se pode passar por uma ponte, mais de uma vez. Tente o leitor e confira a resposta no Apêndice.

Deixando o 9 e o 7 com os seus caprichos, continuemos.

O 3 se considera o algarismo sagrado, detentor dos atributos de Deus: *onisciência*, *onipresença* e *onipotência*, além de representante da Santíssima Trindade. Por isto, nunca aceita sugestões.

Outra coisa que o envaidecia era o fato de serem três as dimensões do espaço físico: “sou eu quem determino os três graus de liberdade: para frente ou para trás, para os lados e para o alto.”

Na arte de escrever, dizia: os bons autores recomendam: “quando fizer uma citação de coisas ou pensamentos, cite sempre três delas, nem mais nem menos.”

“Cheguei, vi e venci” de Júlio Cesar, imperador romano.

Abraham Lincoln, Presidente dos EUA, seguiu a regra: “Governo do povo, pelo povo, para o povo”. É a harmonia do três.

Diz o 3: “Nem Freud explica o mistério que exerço. Por alguma razão, o grupo de três tem um efeito poderoso sobre a mente. Além do que, posso citar: três são os degraus da vida: a infância, a vida adulta e a velhice. Três são os lados do triângulo, o mais popular dos polígonos. Três são os poderes da república. Três são os *habitats*; terra, água e ar.”

Não sabe ele, contudo, ou finge não saber, que hoje os físicos estão inclinados a afirmar que o Universo possui mais dimensões. É a teoria do hiperespaço ou das cordas. A tese das supercordas como preferem denominar alguns, é um enfoque da Física moderna no qual as partículas fundamentais da natureza (as partes do átomo) são vistas como “notas musicais” ou resultados da excitação de minúsculas cordas vibrantes.

Essas criaturas bizarras têm o *comprimento de Planck*, 10^{-13} cm e espessura zero. O que é mais estranho — para a teoria fazer sentido — o Universo precisa ter 9 dimensões espaciais e mais uma de tempo, perfazendo o total de 10. De acordo com esse princípio, todas as propriedades das partículas fundamentais - a carga, a massa, a rotação e





outras - surgem de vibrações. Desse conhecimento, surge a maravilhosa possibilidade de que tudo que vemos à nossa volta, insetos e pessoas, montanhas e rios, estrelas e galáxias e todo o resto são *vibrações de cordas*, num espaço hiperdimensional, contrariando o nosso sentimento de um espaço a três dimensões.

Se a teoria das supercordas for verdadeira, o sonho de milênios dos cientistas (o *Santo Graal*¹ da Física), tornar-se-á uma realidade. Essa unificação das energias, como querem os físicos, constitui a Teoria de Tudo, uma visão que dará um tratamento teórico-matemático único a todos os fenômenos naturais.

Mas, à parte essas especulações da ciência, permanece o orgulho do 3 e o de outros como, por exemplo, o do 6.

Ele se achava muito importante por ter sido o escolhido por Deus. Afinal, seis são os dias da criação de que fala o Gênesis.

Esse numeral era de pouca conversa e por isso raramente entrava numa discussão. Mas quando acontecia de falar era para apontar algum defeito, dos outros, claro. Sempre que tinha oportunidade, insinuava ou deixava claro a credence de o 7 ser o número dos mentirosos.

Quanto a essa superstição, o 7 é mesmo um número ignorado por muitos por medo de algum infortúnio, mas sobre isso há várias versões.

Vamos lá. Alguns acreditam que o Diabo, o pai da mentira, induziu os pitagóricos a proclamarem o 6 como o número perfeito quando, na verdade, seria o 7 o escolhido por Deus. Daí, quando alguém dizia isto: *sete é o escolhido de Deus*, julgavam-no mentiroso. Dessa astúcia do Demônio, o 7 carrega injustamente até hoje o estigma de ser o número dos mentirosos.

Lenda ou não, o 6 e o 7 tinham, entre si, discussões violentas, chegando muitas vezes perto de uma luta corporal. Por sorte, o 0 estava sempre por perto nessas ocasiões, para apaziguar os ânimos.

Já o 5 tinha um outro comportamento.

— “A Matemática — diz ele com a sua didática — começou com o “contar” e o primeiro instrumento de contagem foi o corpo humano. A minha ligação com a anatomia humana é encontrada na língua *api*, das Novas Hébridais.”

E, de fato, os nativos dessas ilhas nomeiam os dez primeiros

¹ São quatro as forças fundamentais da natureza: a da gravidade, a força eletromagnética e as forças nucleares forte e fraca. A unificação dessas quatro forças numa única fórmula é o Santo Graal da Física. Talvez a reunião das quatro forças numa única teoria constitua a Fórmula de Deus.





A Convenção dos Algarismos

números seguindo o esquema:

<i>tai</i>	para 1
<i>lua</i>	para 2
<i>tolu</i>	para 3
<i>vari</i>	para 4
<i>luna</i>	para 5 (literalmente, “a mão”)
<i>otai</i>	para 6 (literalmente, “o novo um”)
<i>olua</i>	para 7 (literalmente, “o novo dois”)
<i>otolu</i>	para 8 (literalmente, “o novo três”)
<i>ovari</i>	para 9 (literalmente, “o novo quatro”)
<i>lunaluna</i>	para 10 (literalmente, “as duas mãos”)

“Contam por grupos de cinco!” Concluía o 5, cheio de orgulho.

Às vezes ia mais além, acrescentando: “mesmo a atual base 10 corresponde ao meu dobro”

Ele não deixa de ter razão. A base dez pode estar ligada ao fato de o homem ter duas mãos com cinco dedos em cada uma.

Já o 4 não esconde a admiração pela própria aparência. Constantemente o surpreendiam olhando-se no espelho, deixando explícito o seu narcisismo². Além de bonito, julga-se também o mais inteligente dos algarismos.

Até hoje gosta de afirmar que as crianças, nos seus primeiros contatos com a numeração, encontram dificuldades em escrevê-lo.

— “Já perceberam como sou escrito pelas pessoas? Devido à dificuldade das crianças nos seus primeiros contatos comigo, levam isto também para a vida adulta. A maioria das pessoas, ao escrever-me, usam o lápis em dois tempos: primeiro o traço vertical e depois completam o meu perfil riscando os dois traços em ângulo. Outras pessoas só conseguem me construir, iniciando com o traço vertical, desenhado de baixo para cima. Poucas pessoas tem o hábito de escrever-me de uma só vez. Explicando: começando pelo traço horizontal, subindo em ângulo com o lápis até o topo para depois descer.”

“Estas variações” — arrematava — “devem-se às dificuldades inerentes aos meus sofisticados traços.”

O ancestral mais antigo do 4 de que se tem notícia é uma cruz

² Descreve a característica de personalidade da paixão por si mesmo. A palavra é derivada da mitologia grega. Narciso era um jovem e belo rapaz que rejeitou a ninfa Eco, que desesperadamente o desejava. Como punição, foi amaldiçoado de forma a apaixonar-se incontrolavelmente por sua própria imagem refletida na água.





simples, sinal descoberto em colunas de pedra, essas pedras tendo sido erigidas pelo rei Asoka da Índia, o qual se converteu ao Budismo e cujo reinado ocorreu por volta do século II a.C. Esse rei passou a sua vida espalhando por todo o reino a sua crença. Para isso mandava erigir colunas de pedra nas quais esculpia os princípios sagrados. Numa dessas colunas, das trinta que sobraram, lê-se

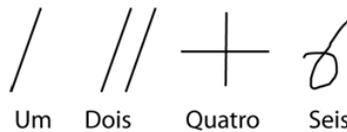


Figura 2 Números nas colunas de pedra do rei Asoka.

Um século depois ou mais, o quatro reaparece na parede de uma caverna da colina Nana Ghat, perto da cidade de Poona, em Bombaim. Nessa ocasião já estava acompanhado pelos algarismos sete e o nove, ligeiramente modificados como segue:

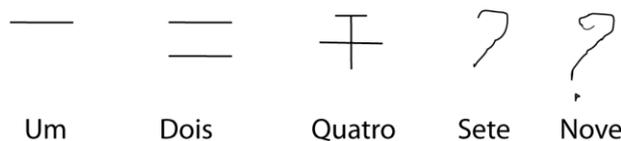


Figura 3 – Números na parede da caverna da Colina de Nana Ghat.

Duzentos anos mais tarde, alguém voltou a esculpir um ancestral do quatro numa caverna da cidade sagrada Nasik dos hindus. Suas partes são mais harmoniosas

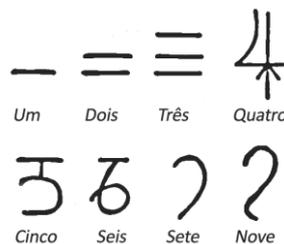


Figura 4 – Números esculpidos na caverna de Nasik.

Quando os algarismos indoarábicos chegaram à Europa, tendo passado séculos com os árabes, estavam mudados: principalmente o 2, 3, 4 e o 5. A forma do 6 não modificara muito; mas as do 7, 8 e 9 ganharam a forma atual. A do 7, inclusive, é bem moderna. Veja o leitor o que está num manuscrito espanhol datado de 976.





1 7 7 7 7 7 7 8 9

Figura 5- Ancestrais dos modernos algarismos indoarábicos.

Ainda que anatomicamente evoluídos, mantinham contudo, é claro, as suas diferenças numéricas, das quais muitos se orgulhavam.

O tímido 8, não escondia um certo orgulho de ser o cubo de 2.

—“Sou, com exceção do 1, o único cubo de um só algarismo. A partir de mim até o próximo cubo, o 27,” – explicava - “são vinte números, nenhum deles é um cubo perfeito.”

De fato, depois do $8 = 2 \times 2 \times 2$, vem o $27 = 3 \times 3 \times 3$.

O 2, era um caso à parte: radical ao extremo, dizia ser a síntese de tudo. Muitos o consideravam ambíguo, enquanto ele se dizia um místico por natureza. Gostava de lembrar que na filosofia e cosmologia chinesas era o importante e onipresente *T'ai-Chi*. O símbolo que representa a subjacente harmonia do universo com as suas dualidades: o macho e a fêmea (*yang e yin*), o dia e a noite, o bem e o mal, o nascer e o morrer, o belo e o feio ... e por aí afora, ia o 2 enumerando a sua filosofia bivalente.



Figura 6 - O símbolo *T'ai-Chi*, representando a harmonia perfeita do Universo.

“Tudo está ligado a mim” – dizia o 2, e vinha logo com o exemplo que achava o máximo. “Os pássaros só voam porque possuem duas asas! Com três ou mais não conseguiriam!”

Nas discussões com os colegas, assim que tomava uma posição, jamais admitia um meio termo. Não era fácil lidar com o 2. Gostava de aparecer ao lado do 8 na formação do 28, por ser este um número perfeito³. Contudo, não perdia a oportunidade de reclamar da timidez

³ Número igual a soma de seus divisores. Os de 28 são 1, 2, 4, 7 e 14 cuja soma é 28.





do companheiro.

E o 1 então? sempre orgulhoso em dizer: “sou a UNIDADE!”.

“Muitos até, nem me consideram um número. Mas,” e completava sempre: “sou, na verdade, a origem de todos.”

De temperamento tranquilo e equilibrado, impunha-se como um líder natural. Nas conversas, muitas vezes, era consultado para emitir uma opinião. Mas nas discussões apaixonadas que podiam resultar numa desavença, quem procurava manter a harmonia sem tomar partido era sempre o 0 e, por este seu comportamento, muitos o consideravam uma nulidade.

Diziam:

“ O 0 não soma *nada!*”

Esse juízo que faziam dele tampouco o incomodava: estava sempre de bom humor. Mesmo quando mexiam com ele sobre o seu fatorial⁴ ele sorria, achando graça como todo o sábio que ri de si mesmo. Dizia sempre: “Não tenho culpa dos inventores da Matemática acharem que eu iria atropelá-la por não ter um fatorial.”

De fato, a relação, $0! = 1$ foi depois, decretada pelos matemáticos.

Espirituoso, o 0 acrescentava, com uma sonora gargalhada:

—“Sabem o porquê daquele ponto de exclamação depois de mim?

Expressa o meu espanto diante do que fizeram os matemáticos transformando-me no 1.”

Mexiam também com o 1 quanto a sua potencialidade como fator. Afinal, qualquer número multiplicado por 1 permanece o mesmo. Diziam: é melhor somar 1 do que multiplicar por 1.

$1 + 1 = 2$ é maior do que $1 \times 1 = 1$;

$2 + 1 = 3$ é maior do que $2 \times 1 = 2$;

$3 + 1 = 4$ é maior do que $3 \times 1 = 3$ etc.

Com os outros números não acontece isto. Ao contrário, o que é preferível: somar 2 ou multiplicar por 2? Multiplicar por 2, é claro, a não ser quando se tratar unicamente do próprio 2, pois neste caso tem-se a igualdade: $2 + 2 = 2 \times 2$.

Este era o clima de convivência dos algarismos, até que um dia, não se sabe quando, aconteceu algo diferente.

⁴ Fatorial de um número - indicado por um ponto de exclamação - é o produto de todos os inteiros positivos a partir de 1 até o inteiro em questão. Exemplo: $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$. $7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5040$. A rigor o 0 não teria fatorial.



