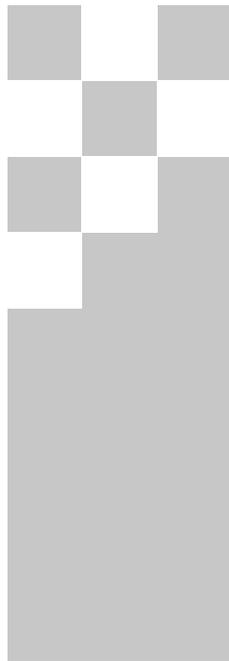


Resolução de Problemas

CONSTRUÇÃO DE UMA METODOLOGIA
(ENSINO FUNDAMENTAL I)



RUTH RIBAS ITACARAMBI
ORIENTAÇÃO E ORGANIZAÇÃO

Resolução de Problemas

CONSTRUÇÃO DE UMA METODOLOGIA
(ENSINO FUNDAMENTAL I)

Livraria
da
Física

Editora

Copyright © 2010 Editora Livraria da Física
1ª edição

Direção editorial José Roberto Marinho

Revisão Fabricia Carpinelli

Capa Ana Maria Hitomi – Typography

Projeto gráfico e diagramação Typography

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Resolução de problemas: construção de uma metodologia:
(ensino fundamental I) / Ruth Ribas Itacarambi, orientação e organização. -
São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010..

Bibliografia
ISBN 978-85-7861-063-0

1. Ensino fundamental - Metodologia
2. Matemática - Pesquisa
3. Pesquisa educacional - Metodologia
4. Professores - Formação profissional
5. Sala de aula - Direção I. Itacarambi, Ruth Ribas.

10-01845

CDD-510.72

Índice para catálogo sistemático
1. Matemática: Ensino fundamental:
Resolução de problemas: Educação 510.72

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107
da Lei no 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



Editora Livraria da Física
www.livrariadafisica.com.br

Professores autores

Ruth Ribas Itacarambi – orientadora e organização

Professores do GCIEM

Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática

Antonio Alexandre Ap. da Silva

Elisabete Ertner

Elizabeth Katz

Magali Gongora Goçalo

Maria Selma Roberto

Maria Tomie Shirahige Sato

Salete Pagaiame

Agradecimentos

Fazer os agradecimentos a todos os professores que trabalharam com o grupo ou que participaram das oficinas é uma tarefa gratificante e preocupante, pois não queremos esquecer nenhuma colaboração.

Sabemos que o primeiro passo para a colaboração é a confiança num clima de respeito e cuidado que se manifesta na relação pessoal e profissional. Neste clima o diálogo surge como meio de trocas de ideias e de construção de novas compreensões.

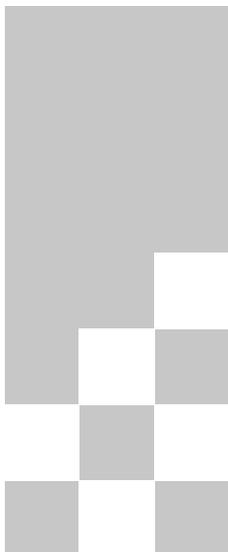
O trabalho colaborativo depende da existência de um objetivo geral comum, das formas de trabalho e do relacionamento entre os membros do grupo

Subjacente à idéia de colaboração está uma relação de reciprocidade na qual todos têm algo a dar e algo a receber do trabalho conjunto.

Reciprocidade e equilíbrio não significam igualdade absoluta. Significam, apenas, que todos os participantes têm um papel reconhecido no projeto e se beneficiam de modo inequívoco, com a sua realização.

Queremos que todos que participaram deste projeto recebam nossos agradecimentos e se beneficiem com a realização deste texto. Alguns estão citados ao longo do texto e estamos prontos a incluir aqueles que por caso tenhamos omitido.

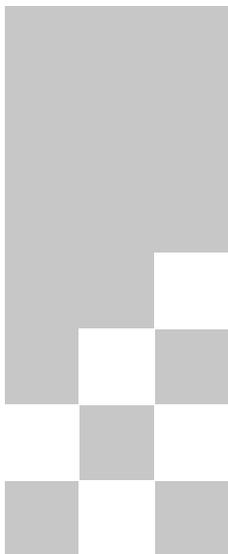
Grupo GCIEM



Índice

Apresentação.....	9
Capítulo 1	
A resolução de problemas.....	11
O que é resolver problema em sala de aula?	13
A metodologia em construção.....	16
Ações dos professores na resolução de problemas	18
A metodologia em ação	19
Os problemas para os alunos	20
Capítulo 2	
Problemas para o primeiro ano	21
Problemas envolvendo o uso de relações lógicas	21
Problemas envolvendo o sistema de numeração e as operações	30
Problemas envolvendo estimativas e cálculo mental	34
Problemas envolvendo noções de possibilidades	39
Problemas envolvendo de geometria	41
Capítulo 3	
Problemas para o segundo ano	49
Problemas envolvendo o uso de relações lógicas	49
Problemas envolvendo o sistema de numeração e as operações	53
Problemas envolvendo estimativas e cálculo mental	57
Problemas sobre situações que envolvem possibilidades.....	59
Problemas envolvendo de geometria	61

Capítulo 4	
Problemas para o terceiro ano	67
Problemas envolvendo o uso de relações lógicas	67
Problemas envolvendo o sistema de numeração e as operações	68
Problemas envolvendo estimativas e cálculo mental	71
Problemas envolvendo noções de possibilidades	73
Problemas envolvendo de geometria	77
Capítulo 5	
Problemas para o quarto ano	81
Problemas envolvendo o uso de relações lógicas	81
Problemas envolvendo o sistema de numeração e as operações	85
Problemas envolvendo estimativas e cálculo mental	87
Problemas envolvendo noções de possibilidades	88
Problemas envolvendo de geometria	90
Capítulo 6	
Problemas para o quinto ano.....	93
Problemas envolvendo o uso de relações lógicas	94
Problemas envolvendo o sistema de numeração e as operações	96
Problemas envolvendo estimativas e cálculo mental	100
Problemas envolvendo noções de possibilidades	101
Problemas envolvendo de geometria	103
Capítulo 7	
A avaliação na resolução de problemas	107



Apresentação

Esta publicação é resultado do estudo de professores do Ensino Fundamental I sobre a resolução de problemas e teve início no Laboratório de Educação Matemático (LABEM) ligado ao CAEM do IME-USP, em 2005. O tema despertou interesse de alguns professores que resolveram continuar de forma independente a estudar e pesquisar o processo de resolução de problemas, constituindo-se um grupo de trabalho denominado GCIEM (Grupo Colaborativo de Investigação em Educação Matemática).

O texto apresenta situações-problema selecionadas dos livros didáticos adotados pelos professores em suas escolas, de revistas e livros disponíveis nas bibliotecas da FEUSP e do IME-CAEM e de problemas sugeridos pelos professores nos encontros e oficinas em que este projeto foi apresentado a partir de nossos primeiros estudos, entre eles o IX ENEM (Encontro Nacional da Educação Matemática).

Estas situações-problema são acompanhadas de comentários dos professores sobre sua ação pedagógica na sala de aula, de suas idas e vindas, buscando viabilizar o papel de professor como investigador.

No início de 2008 o projeto passou por uma releitura para adequar-se à formalização do ensino de nove anos apresentado como

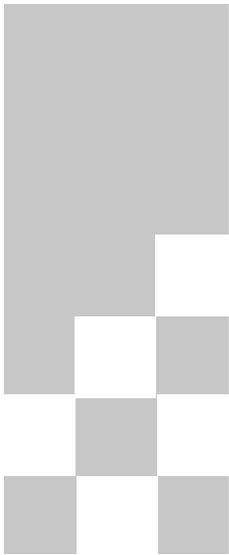
meta da educação nacional, no Plano Nacional de Educação (PNE) de 2001, com a inclusão das crianças de seis anos de idade. Diante deste fato os professores envolvidos na proposta retomaram suas práticas visando trazer situações-problema para esta faixa etária, lembrando que essas são crianças que estão em processo de alfabetização e muitas vezes não são leitoras.

No primeiro capítulo fazemos uma reflexão sobre a atividade de resolução de problemas em sala de aula questionando as propostas de ensino que começam desenvolvendo os conteúdos, por exemplo, o quadro numérico e os algoritmos, como passos prévios para a resolução de problemas e com isso não levam em conta o fato de que o conhecimento surge dos problemas. A resolução de problemas nesta proposta é apresentada como uma atividade de investigação, cujo ponto de partida é a análise qualitativa.

Colocar o aluno diante de situações-problema como investigador significa que o mesmo, ou o grupo, tenha que buscar uma solução apropriada ou mais de uma não evidente. A situação precisa ser desafiadora, mas não insolúvel. Em resumo consideramos que a aprendizagem deve vir guiada pela busca de solução de problemas, primeiro a um nível intuitivo e empírico, mais tarde generalizando e finalmente justificando, ou seja, demonstrando.

Os capítulos seguintes foram organizados por ano de escolaridade e apresentam problemas investigativos organizados em cinco categorias problemas: envolvendo relações lógicas; sobre o sistema de numeração e suas operações; de geometria; provocativos exigindo estimativa e cálculo mental e que tratavam de situações possíveis; impossíveis e/ou prováveis. Nestes capítulos descrevemos a forma como o trabalho investigativo foi desenvolvido pelo professor, os caminhos que os alunos percorreram na busca de solução quando esta havia e os comentários do grupo de estudo (GCIEM) sobre o processo de investigação na busca de solução.

O capítulo final tece considerações sobre o processo de avaliação e o seu papel na atividade de resolução de problemas.



CAPÍTULO 1

A resolução de problemas

A resolução de problemas, já há alguns anos, tem sido uma das linhas de investigação na didática da Matemática. Este fato se deve tanto à importância que se dá a resolução de problemas na aprendizagem das ciências em geral como na constatação do fracasso generalizado dos estudantes nesta tarefa (ITACARAMBI, 1993)¹.

Como todo conhecimento é resposta de uma pergunta, vamos centrar nossa atenção na atividade da sala de aula e no que está por detrás dessa atividade, ou seja, nas seguintes perguntas: O que é um problema? O que é resolver problema em sala de aula?

As respostas a estas perguntas dependem da concepção que se tem sobre ensino-aprendizagem. Nesta proposta, a busca às respostas das perguntas está apoiada na teoria sócio-construtivista (PIAGET, 1977; VYGOTSKY, 1988; COLL, 2004)² e tem como referência as

1 ITACARAMBI, R. (1993). *A Resolução de Problemas de Geometria na Sala de Aula, numa Visão Construtivista*. Dissertação de Mestrado, apresentada na FEUSP.

2 COLL C. E SOLÉ I. (2004). *Os professores e a concepção construtivista*. In: *O Construtivismo na sala de aula*, São Paulo: Ática.
VYGOTSKY L.S. (1988). *A Formação Social da Mente*. São Paulo: Martins Fontes, p. 101-102.

PIAGET, J. (1977). *A Tomada de Consciência*. São Paulo: USP.

considerações que faremos a seguir. O aluno é o responsável, em última instância, por sua própria aprendizagem, é o construtor de seu conhecimento e nada ou ninguém pode substituí-lo nessa empreitada. O conteúdo a ser apreendido pelo aluno deve ser capaz de permitir a construção de um “modelo mental” pleno de significado, ou seja, ser capaz de descrever situações e fenômenos dentro das teorias vigentes. E por fim, o aluno é um sujeito social que constrói e reconstrói os conhecimentos elaborados pela sociedade e aceitos como saber cultural.

Na gênese do conhecimento matemático, Ernest (1998)³ identifica a Matemática como uma instituição social que resulta da formulação e resolução de problemas. Relata que os problemas levantados pelos pesquisadores podem ficar por resolver por muitos anos e mesmo assim manter o interesse dos estudiosos. Além disso, muitas das estratégias utilizadas para resolvê-los acabam representando avanços importantes no conhecimento matemático.

Nas aulas de Matemática a resolução de problemas é uma atividade tradicional, em que qualquer atividade procedimental que seja realizada dentro ou fora da sala de aula é considerada problema, não havendo diferença entre exercícios e problemas. Em nossa concepção, a resolução de problemas está apoiada na orientação do National Council Supervisors of Mathematics (NCSM, 1988)⁴, ou seja – “*um processo de aplicação de conhecimentos previamente adquiridos a novas e não familiares situações*” – que segundo esta orientação é a principal razão para o estudo da Matemática.

Diante destas considerações voltamos à pergunta: **O que é um problema?**

Em geral considera-se problema como uma situação que apresenta dificuldades para as quais não há uma solução evidente. Polya

3 ERNEST, P. (1998). *Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia*. In: Investigar para Aprender Matemática, 2.ed. Lisboa: APM, p. 25.

4 NCSM (National Council Supervisors of Mathematics). In: LORENZATO (1993), *Século XXI: Que Matemática é recomendável*. Campinas UNICAMP, Revista Zetetiké: ano 1 nº 1, p. 41-42.

(1986)⁵ foi um dos primeiros matemáticos a escrever sobre o que é resolver um problema; uma das primeiras edições de seu livro sobre o assunto data de 1945. A definição de Krulik (1980)⁶ faz uma leitura mais atual das concepções de Polya, ou seja, “*um problema é uma situação quantitativa ou não, que pede uma solução para a qual os indivíduos implicados não conhecem meios ou caminhos evidentes para obtê-la*”.

Ter claro a concepção de problema é um primeiro passo para o professor compreender os resultados dos alunos. O que comumente acontece é que os problemas são trabalhados como algo que não gera dúvidas, não exige tentativas ou elaboração de estratégias. Os alunos aprendem a solução e a repetem em situações semelhantes, mas não aprendem a resolver problemas.

O que é resolver problema em sala de aula?

A resolução de problemas nesta proposta é apresentada como uma atividade de investigação, cujo ponto de partida é a análise qualitativa, ou seja, ter ideia da situação, delimitá-la, ter claro o objetivo, isto é, o que se busca. Este procedimento nem sempre é evidente nas situações problema. Na análise qualitativa, os dados quantitativos deixam de ter prioridade, o que obriga o aluno a compreender e interpretar a situação proposta no problema e realizar aproximações, tomar decisões e concretizá-las, sem passar diretamente para as operações aritméticas.

Observamos que a compreensão dos problemas é influenciada por vários fatores, matemáticos ou não, dentre eles, alguns pesquisadores destacam a estrutura e a linguagem utilizadas nos enunciados. Segundo Cagliari (2003)⁷ “*O aluno muitas vezes não resolve problema de matemática, não porque não sabe matemática, mas porque não sabe ler*

5 POLYA, G.(1986). *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciências.

6 KRULIK, S. & REYS E. R.(1980). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, p. 131..

7 CAGLIARI, L.C. (2003). *Alfabetização & linguística*, São Paulo: Scipione, p.148-149.

o enunciado do problema” [...] “Não basta ensinar só as relações matemáticas: é preciso também o português que a matemática usa” [...]

A leitura do problema se refere não só à compreensão, mas também envolve termos específicos da matemática (relações lógicas) que, muitas vezes, não fazem parte da experiência dos alunos. Esta proposta aponta a necessidade de se ensinar a ler um texto de problemas, pois tanto os professores nas reuniões pedagógicas, quanto as pesquisas realizadas sobre esta habilidade estão, frequentemente, apontando a leitura, a compreensão e a interpretação como fatores do fracasso da resolução de problemas (FINI e outros,1996)⁸.

O problema é um portador textual, portanto, há necessidade de se ensinar e promover situações de aprendizagem para ler estes textos. Há, neste tipo de texto, palavras que têm significados diferentes (natureza matemática) e que dificultam a compreensão. Barnett (1997)⁹ lembra que “*o aluno deve ser capaz de interpretar as palavras em um contexto matemático para compreender o problema*”.

Franchi (1994)¹⁰ encontra em suas pesquisas diferentes interpretações da descrição de um mesmo texto-problema, mostrando a importância do diálogo entre o professor e o aluno. O questionamento na interpretação do texto ajuda, na maioria das vezes, a avaliar as respostas dadas pelos alunos e a verificar que a interpretação do professor não é a única possível.

Frequentemente os alunos não compreendem o que fazem e não utilizam os conhecimentos que possuem para resolver problemas. Estamos diante da conhecida dualidade **fazer** versus **compreender**. Analisar e compreender como pensam os alunos, gerar seu entusiasmo e curiosidade são atitudes do professor, essenciais para o sucesso na resolução de problemas.

8 FINI L., OLIVEIRA G., SISTO F., SOUZA M. (1996). *Avaliação escrita da Matemática: em busca de explicação*. Campinas, Revista Zetêteké, n. 6, v.4, jul/dez p. 25- 27.

9 BARNETT, SOWDER e VOS (1997). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, p.141.

10 FRANCHI, A. (1994). *Onde está o problema?* In: A Educação Matemática em Revista-SBEM, n° 3, 2ª semestre, p.30- 31.

Dante (2000)¹¹ afirma que a capacidade e a habilidade de resolver problemas se desenvolve ao longo do tempo, como resultado de um ensino prolongado, de várias oportunidades para resolução de muitos tipos de problemas e de confronto com situações do mundo real. Teberosky e Tolchinsky (1999)¹² desenvolvem a ideia de que os conceitos matemáticos necessitam, para serem apreendidos, de contextualização, segundo elas “*a maior parte das pessoas pode aprender matemática sem nenhuma dificuldade, desde que tal aprendizagem esteja vinculada a contextos e situações culturais e sociais significativas*”.

Nesta direção, a resolução de problemas assume o papel de instrumento de contextualização, a partir do momento em que propõe situações que exigem uma solução matemática e que direcionam para o questionamento, a pesquisa e a inserção das operações dentro de um contexto. Lerner (1995) aponta este processo como o caminho para que a criança se aproprie do conhecimento matemático, na medida que lhe é dada a oportunidade de “*resolver situações problema diversificadas, elaborar estratégias e compará-las com os outros, construir formas de representação e discuti-las com os demais, confrontar interpretações acerca da notação convencional, antecipar e julgar resultados, refletir a partir das propriedades das operações e elaborar enunciados*”.¹³

O contexto social é um fator importante na atividade de investigação. O debate coletivo para estabelecer a natureza do problema e o objetivo que se busca é uma das características da investigação em geral. Ao fazer a análise qualitativa num ambiente de debate coletivo, os alunos começam a fazer conjecturas que posteriormente se transformam em hipóteses que orientam a resolução e indicam os dados que devemos buscar. São as hipóteses levantadas no corpo do

11 DANTE, R. (1993). *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. São Paulo: Ática.

12 TEBEROSKY e TOLCHINSKY (1999). *Aquisição da linguagem Matemática símbolos e significados*. In: Granell C. *Além da Alfabetização*. São Paulo: Ática, p. 275.

13 ZUNINO, LERNER DÉLIA. (1995). *A Matemática na escola: Aqui e Agora*. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, p. 116.

conhecimento teórico que permitirão analisar os resultados e todo o processo e, eventualmente, recomeçar.

Uma vez que a resolução de problemas não é reconhecimento de situações típicas, as estratégias de solução não derivam automaticamente dos algoritmos, em que a única tarefa é marcar e delimitar o que é possível fazer. As estratégias de resolução nesta proposta são construções que começam com o planejamento qualitativo, levantamento de hipóteses e têm como pressuposto o corpo teórico da Matemática. A tarefa necessita que o professor tenha vontade e capacidade criativa, mesmo que sua formação tenha sido deficiente, ele possui conhecimentos a partir dos quais pode exercer sua criatividade.

A metodologia em construção

A metodologia proposta nesta publicação está apoiada nas considerações que relataremos a seguir. A primeira está relacionada ao **ambiente** que consideramos necessário para o trabalho com resolução de problemas, caracteriza-se por aquele em que os alunos apresentam, exploram e investigam problemas matemáticos. Estes problemas surgem tanto de situações reais, como de situações lúdicas e de investigação, como podem ser vistas nos relatos do próximo capítulo.

O ambiente sendo propício para que os alunos digam livremente o que pensam, é uma forma do professor identificar os “porquês” das dificuldades encontradas no desenvolvimento da atividade de resolução de problemas. Assim, nesta proposta, criar um ambiente de motivação e de desafio é necessário para envolver o aluno na atividade, pois trabalhando com entusiasmo a tarefa difícil pode se tornar mais fácil.

A opção por trabalhar em **grupo**, na maioria das vezes, tem como intenção propiciar este ambiente e permitir que os alunos tenham contato com os diferentes caminhos utilizados pelos colegas para a solução do problema. Acreditamos que discutindo no grupo

e fazendo comparações entre as diferentes resoluções os alunos desenvolvem uma matemática prática de investigação.

A outra consideração é trabalhar a **compreensão e interpretação do texto** e, para isso, propomos que se inicie o trabalho de resolução de problemas com o estudo da narrativa do texto, o qual se apresenta como uma narrativa curta, com pontuação específica, geralmente com um bloco (um parágrafo) onde pode aparecer um ou mais personagens em um ambiente com dados quantitativos ou informações lógicas e com uma pergunta explícita ou não, mas que precisa de uma resposta. Feito este levantamento textual partimos para a leitura que, segundo Barnett (1997)¹⁴, é preciso estar atento à adaptação da leitura às situações problemas, pois o ritmo deve ser mais lento e no primeiro momento ser feita de modo silencioso pelo aluno para que ele tenha visão do todo e em seguida uma leitura oral no grupo. Para as crianças dos anos iniciais sugerimos que a leitura seja feita em dupla. O professor pode intervir fazendo questionamentos orais sobre os dados e pergunta, tomando o cuidado de desenvolver a habilidade de compreensão e não fazer deste processo um conjunto de ações obrigatórias.

O **papel do erro** e da **avaliação** tem destaque em nossa proposta metodológica. Aprender é um processo cheio de idas e vindas, envolvendo tentativas, levantamento de suposições, realização de ações de pensamento e muitos usos de linguagem. Por esse motivo é comum que as pessoas errem em suas tentativas de aprender. O professor na avaliação do trabalho com problemas precisa estar atendo a este processo de aprendizagem e deste modo a avaliação passa a ser um recurso para se compreender as dificuldades dos alunos e não uma punição.

O erro não é apenas uma resposta incorreta, ou algo falso a ser corrigido, envolve, antes, todo um processo de pensamento, uma forma de raciocinar que necessita ser discutida. Segundo Pinto (2000)¹⁵

14 BARNETT, SOWDER e VOS (1997). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual.

15 PINTO, N.B. (2000) *O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar* – Campinas, S.P: Papyrus,

“O erro quando submetido à reflexão, poderá desencadear um questionamento de todo o processo de ensino e transformar-se numa estratégia didática inovadora, pela possibilidade que oferece ao professor de ampliar seus saberes e, com isso, melhorar seu ensino.”

Podemos analisar os erros sob diferentes perspectivas: a do aluno, a do professor e a do contexto. *“Tornar o erro observável para o professor implica, primordialmente, considerar o aluno como sujeito histórico que aprende, com os conhecimentos socializados pela escola, para melhor se relacionar com o mundo.”* (Pinto, 2000).

Entre as dificuldades apresentadas constatamos que: o aluno não compreende o que lê e se limita a juntar os dados numéricos do enunciado; compreende o enunciado como um todo, mas não observa alguns detalhes importantes para a solução do problema; e não domina o conteúdo necessário para a resolução do problema.

Ações dos professores na resolução de problemas

Algumas ações que os professores podem adotar no desenvolvimento do trabalho, visando minimizar as dificuldades dos alunos: leitura cuidadosa dos enunciados dos problemas, pois como já foi dito são gêneros textuais diferentes; incentivar diferentes formas de registro dos procedimentos em busca da solução e de linguagens entre elas a dramatização; avaliação dos erros dos alunos e a partir deles preparar novas perguntas para ajudar o aluno a buscar a solução do problema, aproveitando, sempre que possível, o raciocínio apresentado pelo aluno.

Observamos na prática que aprendemos com os erros. Na escola o professor não pode eliminar o risco de errar, mas tentar utilizar os erros para ampliar as possibilidades de aprendizagem dos alunos. Para que isso ocorra, são decisivos a intervenção do professor, os questionamentos que faz e a forma como interage com os alunos.

A metodologia em ação

Os estudos sobre aprendizagem têm mostrado que quanto maior a relação entre a situação apresentada e os conhecimentos de Matemática, maiores são as possibilidades de que o aluno faça uso desse conhecimento que está sendo trabalhado em outras situações do cotidiano. Assim, se queremos que os alunos usem os seus conhecimentos para resolver problemas, partimos do pressuposto de que é necessário ensinar-lhes Matemática resolvendo problemas.

Diante desta premissa, o trabalho em sala de aula foi organizado de modo a atender os pressupostos da metodologia que o grupo estava estudando e construindo, reforçando o princípio de que a resolução de problemas é considerada, nesta proposta, como uma atividade de investigação.

Como a nossa preocupação é com o ensino e a aprendizagem de Matemática, para os anos iniciais, organizamos os problemas em cinco categorias: problemas envolvendo relações lógicas, problemas sobre o sistema de numeração e suas operações, problemas de geometria, problemas provocativos que exigem estimativa e cálculo mental, e problemas que tratavam de situações possíveis, impossíveis e/ou prováveis.

Os problemas foram selecionados a partir dos livros didáticos, adotados pelos professores em suas escolas, de livros disponíveis em diferentes bibliotecas, entre elas a da FEUSP e do CAEM, livros que denominamos históricos anteriores ao movimento denominado matemática moderna de 1970. Cada problema selecionado foi discutido no grupo quanto ao conteúdo, as séries a ser aplicado, o contexto e, na maioria das vezes, foi adaptado pelos professores para atender as especificidades de suas clientela.

Com a instituição do ensino fundamental de nove anos e a inclusão de crianças de seis anos de idade, em 2008, elaboramos problemas próprios para esta faixa etária. Estas atividades foram desenvolvidas pelos professores com cuidado e atenção às característi-

cas dessas crianças, que estão em processo de alfabetização e muitas vezes não são leitoras, cujo objetivo foi atuar com liberdade para permitir a apropriação e a construção do conhecimento por todos.

Os problemas para os alunos

Os problemas selecionados foram aplicados em sala de aula utilizando-se a metodologia proposta, contendo as diferentes soluções dos alunos e comentários do professor. Estes foram agrupados por categoria e ano de escolaridade, sendo apresentados nos capítulos seguintes. No final de cada capítulo apresentamos sugestões de outros problemas muitos deles resultados da produção dos professores que fizeram as oficinas do IX ENEM e sempre que possível o autor é identificado.