

**LAERTE FONSECA**

# **FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**

**ELEMENTOS "DE" E "PARA" UMA ENGENHARIA DIDÁTICA**

**São Paulo**

**2012**

Copyright © 2012 Editora Livraria da Física  
1ª edição

Editor-chefe  
**José Roberto Marinho**

Editor-assistente  
**Victor Pereira Marinho**

Revisão  
**Margarida Maria Knobbe**

Projeto Gráfico, diagramação e capa  
**WK Comunicação e Produção Gráfica**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

---

Fonseca, Laerte  
Funções trigonométricas : elementos "de" e  
"para" uma engenharia didática / Laerte Fonseca. --  
São Paulo : Editora Livraria da Física, 2012.

Bibliografia  
ISBN 978-85-7861-140-8

1. Computadores na educação 2. Matemática -  
Estudo e ensino 3. Trigonometria - Estudo e ensino  
I. Título.

12-02875

CDD-510.7

---

Índices para catálogo sistemático:  
1. Educação matemática 510.7  
2. Matemática : Estudo e ensino 510.7

Edição Revisada Segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.  
Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida  
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.  
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei nº  
9.610, de 19 de fevereiro de 1998.



Editora Livraria da Física  
[www.livrariadafisica.com.br](http://www.livrariadafisica.com.br)

## DEDICATÓRIA

A todos que se interessam por uma docência comprometida  
com a mútua aprendizagem.

## LISTAGEM DAS TABELAS

<b>TABELA 1</b> Resultados Coletados da Pesquisa Exploratória	35
<b>TABELA 2</b> Resultados Coletados na Pesquisa Exploratória (Pré-teste)	40

## LISTAGEM DOS QUADROS

<b>QUADRO 1</b> Confronto entre as Análises a priori e a posteriori (At. 1)	125
<b>QUADRO 2</b> Confronto entre as Análises a priori e a posteriori (At. 2 e 3)	125
<b>QUADRO 3</b> Confronto entre as Análises a priori e a posteriori (At. 4 a 7)	126
<b>QUADRO 4</b> Confronto entre as Análises a priori e a posteriori (At. 8 e 9)	127
<b>QUADRO 5</b> Confronto entre as Análises a priori e a posteriori (At. 10)	128

## LISTAGEM DOS ANEXOS

<b>ANEXO 01-A</b> Matriz Curricular da UFS	144
<b>ANEXO 01-B</b> Matriz Curricular do IFS	148
<b>ANEXO 02</b> Pesquisa Exploratória (Discentes)	152
<b>ANEXO 03</b> Declaração da Coordenadoria de Horário Escolar/IFS	153
<b>ANEXO 04</b> Pesquisa Exploratória (Coordenador)	154
<b>ANEXO 05</b> Pesquisa Exploratória (Pré-teste)	155
<b>ANEXO 06</b> Lista das Revistas da SBEM	156
<b>ANEXO 07</b> Protocolos	157
<b>ANEXO 08</b> Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	167
<b>ANEXO 09</b> Gráficos relacionados aos Protocolos de número 09	169

# SUMÁRIO

<b>PREFÁCIO</b>	<b>7</b>
-----------------	----------

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>10</b>
-------------------	-----------

## **CAPÍTULO I**

<b>1. Um inventário das Funções Trigonométricas como representações matemáticas dos fenômenos ondulatórios</b>	<b>16</b>
<b>1.1 Os desafios apresentados à Ciência para a resolução de problemas: os fenômenos naturais</b>	<b>17</b>
<b>1.2 Os fenômenos ondulatórios: história, classificação e aplicações</b>	<b>18</b>
<b>1.3 A senoide como representação Matemática do Som</b>	<b>21</b>
<b>1.4 Compreensão da representação do Som como motivação para o Ensino das Funções Trigonométricas</b>	<b>26</b>
<b>2. A Apresentação escolar das Funções Trigonométricas como representações matemáticas dos fenômenos ondulatórios</b>	<b>28</b>
<b>2.1 Uma análise primeira de Livros Didáticos de Matemática (LDM) que abordam as Funções Trigonométricas</b>	<b>29</b>
<b>2.2 O Livro Didático de Matemática para o Ensino Médio no Brasil do século XXI: tradição, reformulação ou inovação na abordagem das Funções Trigonométricas?</b>	<b>31</b>
<b>3. O posicionamento inicial dos sujeitos da pesquisa</b>	<b>38</b>
<b>4. Reflexões sobre o estado da arte</b>	<b>42</b>

## **CAPÍTULO II**

<b>1. O Problema de Pesquisa</b>	<b>46</b>
<b>1.1 Justificativas, questão central e questões norteadoras</b>	<b>46</b>
<b>1.2 Memória, raízes e recorte teórico</b>	<b>54</b>
<b>2. Pressupostos da Teoria das Situações Didáticas</b>	<b>56</b>

## **CAPÍTULO III**

<b>1. A Metodologia da Pesquisa</b>	<b>64</b>
<b>1.1 Escolha Metodológica</b>	<b>64</b>
<b>1.2 Descrição do campo de investigação</b>	<b>68</b>
<b>1.3 Sujeitos envolvidos na pesquisa</b>	<b>69</b>
<b>1.4 Instrumentos de investigação</b>	<b>71</b>
<b>1.5 Recursos utilizados</b>	<b>71</b>

## **CAPÍTULO IV**

<b>I.</b>	<b>A Sequência Didática</b>	<b>74</b>
<b>1.1</b>	<b>Análise <i>a priori</i> da Sequência Didática</b>	<b>75</b>
<b>1.1.1</b>	<b>Análise do <i>Milieu</i> da 1ª parte</b>	<b>75</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Análise do <i>Milieu</i> da 2ª parte</b>	<b>79</b>
<b>1.1.3</b>	<b>Análise do <i>Milieu</i> da 3ª parte</b>	<b>85</b>
<b>1.2</b>	<b>Experimentação da Sequência Didática</b>	<b>86</b>
<b>1.2.1</b>	<b>Primeira Sessão</b>	<b>86</b>
<b>1.2.2</b>	<b>Segunda Sessão</b>	<b>89</b>
<b>1.2.3</b>	<b>Terceira Sessão</b>	<b>95</b>
<b>1.2.4</b>	<b>Quarta Sessão</b>	<b>104</b>
<b>1.2.5</b>	<b>Quinta Sessão</b>	<b>112</b>
<b>1.3</b>	<b>Análise <i>a posteriori</i> e Validação da Sequência Didática</b>	<b>117</b>
<b>1.3.1</b>	<b>Análise <i>a posteriori</i> da Sequência Didática</b>	<b>117</b>
<b>1.3.2</b>	<b>Validação da Sequência Didática</b>	<b>124</b>
	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>130</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>138</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>144</b>
	<b>ANEXOS COMPLEMENTARES</b>	<b>176</b>

# PREFÁCIO

A aprendizagem da trigonometria é uma das áreas prioritárias na educação em todos os níveis de ensino. O objetivo deste livro, como explicitado pelo autor, é analisar de que forma o uso do computador, como ferramenta pedagógica, ajuda alunos a superarem suas dificuldades de aprendizagem de funções trigonométricas. Essa análise é resultado de suas pesquisas com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado em Sergipe, a partir do estudo da função  $f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$  como típica de funções trigonométricas em geral. A motivação do autor para a pesquisa foi a relação entre os gráficos das funções seno e cosseno com as ondas eletromagnéticas medidas num osciloscópio.

Fundamentando muito bem a teoria Matemática das funções trigonométricas e suas aplicações a fenômenos oscilatórios, Laerte analisa o comportamento dos alunos. Apóia-se em avanços recentes da Educação Matemática, a partir de teorias consagradas como a Aprendizagem Significativa, as Situações Didáticas e a Engenharia Didática. Nada mais apropriado que as suas escolhas, tanto do ponto de vista matemático quanto da educação.

Na História da Matemática, a trigonometria ocupa um lugar privilegiado. Desde a mais remota antiguidade, em todas as civilizações, reconhecemos técnicas para avaliar medidas, distância e posicionamento, algumas ainda praticadas. Particularmente na astronomia, conhecemos essas técnicas registradas nos papiros do Egito Antigo e nos tabletes de argila dos Babilônios, nos escritos tradicionais da Índia e da China. As artes milenares de navegação, precisamente nos vários arquipélagos do Oceano Pacífico, dependem de elaborados modelos de natureza trigonométrica. Mais recentemente, a partir do início do 2º milênio, as grandes navegações transatlânticas, que permitiram aos Europeus estenderem seus domínios a todo planeta, dependiam fortemente de conhecimentos de trigonometria. A partir do século XV, surgem teorizações que dão à trigonometria o *status* de uma disciplina, como uma área específica de conhecimento matemático. Um dos pioneiros nessa fase é o artesão alemão Johannes Müller von Königsberg (1436–1476), que se tornou conhecido pelo seu epônimo latino, Regiomontanus, e que se dedicava à Matemática, à astronomia e à astrologia. Os interesses de ilustres matemáticos da época se voltam para a fundamentação da trigonometria. Deve-se ao matemático, cartógrafo, construtor de instrumentos de navegação e médico

Georg Joachim von Lauchen (1514–1574), conhecido como Rheticus, um discípulo de Copérnico, a introdução das seis funções trigonométricas a partir das relações no triângulo e a elaboração de tabelas com valores das funções trigonométricas. Com a inserção dos logaritmos no início do século XVII, devida principalmente a John Napier, a trigonometria ganha novas possibilidades. A partir de então, os matemáticos mais importantes têm contribuições para a trigonometria e surgem inúmeras tabelas das funções trigonométricas. Durante todo esse século, consolidam-se as teorias que explicam o movimento dos corpos celestes. Nessa época, dá-se um grande impulso à explicação de fenômenos como som e luz e fenômenos oscilatórios em geral.

O caráter de periodicidade das funções trigonométricas sugere sua íntima relação com fenômenos oscilatórios. Essa relação é privilegiada por Laerte Fonseca ao escrever este excelente livro sobre a aprendizagem da trigonometria. Ele estuda as propriedades de um fenômeno tão usual como o som para orientar suas explicações sobre as funções trigonométricas. Com isto, vai ao encontro a uma das mais importantes tendências da educação, que é a transdisciplinaridade. Para entender e explicar fatos e fenômenos da natureza, combina elementos de disciplinas distintas, como a trigonometria e a acústica.

O livro é organizado em quatro capítulos, além de Introdução, Conclusão, Referências e vários anexos. Seu conteúdo é rico e bem organizado. No Capítulo I há uma apresentação sucinta mas abrangente da história das funções trigonométricas e do estudo dos fenômenos oscilatórios e da aquisição natural da senóide como representante por excelência desses fenômenos. A apresentação detalhada e muito bem organizada dá ao livro um caráter muito especial de introdução ao que se chama Física Matemática. Além disso, há neste capítulo uma interessante discussão sobre livros didáticos, sobre a legislação, particularmente os PCN, e considerações sobre o que seria uma educação Matemática crítica, destacando interesses político-econômicos e ideológicos no sistema educacional. O Capítulo II focaliza a pesquisa de suporte ao autor, dando especial atenção aos trabalhos de Guy Brousseau sobre Situações Didáticas e à Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Essas abordagens fundamentam a metodologia da pesquisa, foco do Capítulo III. Neste capítulo, são definidas as variáveis macro e microdidáticas sobre as quais são elaboradas as pesquisas que, baseadas na Engenharia Didática, permitem identificar lacunas que criam obstáculos a uma aprendizagem significativa. O Capítulo IV destina-se ao planejamento da Sequência Didática que, dentre as inúmeras aplicações, pode permitir ao aluno perceber como utilizar conhecimentos trigonométricos na resolução de problemas cotidianos. São proporcionados softwares e são apresentadas e analisadas dez atividades que poderão guiar a ação de professores. A Conclusão é um convite para



que os professores construam as bases epistemológicas dos conteúdos programáticos indo além dos livros didáticos, evitando um ensino congelado e obsoleto e dando maior atenção ao fato que todos, alunos e professores, fazem parte de uma sociedade tecnológica, onde se dispõem de computadores e de softwares que devem ser incorporados à prática docente.

Sintetizando, Laerte Fonseca consegue, neste livro, levar os leitores a se envolverem com tópicos avançados e atuais da Matemática e com propostas recentes da Educação Matemática, estimulando-os a construir uma base teórica sólida visando uma prática criativa.

São Paulo, dezembro de 2011

Ubiratan D'Ambrosio

# INTRODUÇÃO

As dificuldades de aprendizagem em Matemática, de um modo geral, despertam o interesse de cientistas do mundo inteiro no sentido de solucioná-las ou, ao menos, de desenvolver novas teorias, de modo a proporcionar melhor qualidade na vida escolar dos estudantes, a exemplo dos trabalhos de Almoloud (2007), Borba (2001), Brousseau (2008), Fonseca (2002, 2011) e Maia (2007).

É sabido que as dificuldades de aprendizagem em Matemática atingem a população em todas as faixas etárias, e isso é percebido, principalmente, quando se recorre a raciocínios relacionados às atividades sistematizadas<sup>1</sup>.

Assim, a capacidade de desenvolver sinapses para promover o raciocínio lógico e abstrato pode ser um objetivo inalcançável para alguns estudantes, não apenas por conta das formas de abordagem que os professores de Matemática optam para apresentar os conteúdos dessa disciplina, mas, conforme Rosich (2011), também por pertencerem a um contexto sociocultural, cujos valores distanciam-se das expectativas de um desenvolvimento vital coerente com o bem estar psicológico e físico.

Dentre muitas dessas dificuldades, a Aprendizagem das Funções Trigonométricas tem sensibilizado profissionais que, por meio de suas pesquisas, buscam contribuir para diminuí-las, como postulam Fonseca (2002) e Ferreira (1998).

Neste sentido, o presente trabalho tem por objetivo complementar a pesquisa desenvolvida por Fonseca (2002) e publicada em Fonseca (2011), que investigou a Aprendizagem em Trigonometria segundo os pressupostos teórico-metodológicos da Educação Matemática.

À época, a motivação inicial para desenvolver esta pesquisa surgiu durante a realização de uma atividade que relacionava gráficos das funções seno e cosseno com as ondas eletromagnéticas medidas num aparelho eletrônico denominado osciloscópio. No desenvolvimento da atividade, restou comprovado que a associação entre as representações algébricas e geométricas da função seno eram mais facil-

---

1 A exemplo do que se observa em Alvarenga (2008) e Rosich (2011).

mente aprendidas caso as aulas fossem ministradas num laboratório de Informática, utilizando-se softwares como uma ferramenta computacional, que poderia ser mais eficaz que o lápis e papel, permitindo ao estudante desenvolver a capacidade de antecipação, criação de hipótese, planejamento, decisão e conclusão a respeito de saberes possíveis de serem reconstruídos durante as aulas de Matemática.

Com efeito, dentre os diversos campos de investigação para melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática, os estudos da Engenharia Didática (ED) vêm ocupando com certa velocidade o espaço das salas de aula brasileira. A revista Nova Escola apresenta, há algumas edições, uma coluna intitulada de Sequências Didáticas (subitem da Teoria das Situações Didáticas), que podem ser reconhecidas como um dos elementos dessa Engenharia.

Particularmente, meu interesse por essa linha de pesquisa deve-se aos resultados da investigação sobre a Aprendizagem em Trigonometria apresentados na minha Dissertação de Mestrado em Educação da UFS em 2002. Mesmo sem nenhum conhecimento inicial acerca dessa perspectiva de pesquisa e, também metodologia, relacionei alguns princípios que sustentaram os resultados daquela inquirição, pois as possibilidades observadas com o computador nas últimas sessões-aulas experimentais aguçaram minha curiosidade para o aprofundamento sobre esse estudo em uma próxima empreitada.

Diante deste cenário, uma nova inquietação foi responsável para delimitar a questão central da presente pesquisa: O uso do computador, enquanto ferramenta pedagógica, seria capaz de levar os alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado em Sergipe a superar suas dificuldades de aprendizagem do 1º modelo das Funções Trigonométricas  $f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$ ?

Além do exposto, fazia-se necessário saber: De que forma o emprego da Teoria das Situações Didáticas auxiliaria a Aprendizagem das Funções Trigonométricas por esses alunos? Quais as implicações do uso da Teoria das Situações Didática na Aprendizagem Significativa? Há relação entre a Teoria das Situações Didáticas e a Aprendizagem Significativa das Funções Trigonométricas?

Sobretudo, responder a esses questionamentos constitui-se, respectivamente, o segundo objetivo geral e os específicos desta investigação científica, a saber:

Objetivo geral: Analisar de que forma o uso do computador, enquanto ferramenta pedagógica, é capaz de levar os alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado em Sergipe a superarem suas dificuldades de aprendizagem do 1º modelo das Funções Trigonométricas  $f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$ .

Objetivos específicos: 1. Verificar de que forma o uso do software *Graphmatica* (disponível *on line*) auxiliaria na Aprendizagem Significativa dos alunos; 2. Identificar quais as implicações do uso de Situações Didática com essa ferramenta, 3. Verificar a existência de relação entre o uso do computador e a Aprendizagem Significativa das Funções Trigonométricas.

Desta forma e, na medida em que minha experiência como professor-pesquisador, construída ao longo de 22 anos de docência, se configura como um espaço para relacionar teoria à prática, é possível arriscar algumas respostas considerando os resultados de pesquisa sobre o uso do computador com a finalidade de facilitar a aprendizagem dos alunos. Assim, levantei as seguintes hipóteses que poderão responder as questões anteriormente citadas:

1. O computador é uma ferramenta pedagógica capaz de auxiliar o aprendizado das Funções Trigonométricas;
2. Situações Didáticas com o uso do software *Graphmatica 1.6c* (disponível *online*) facilitam a Aprendizagem Significativa;
3. Há relação entre o uso do computador/software e a Aprendizagem Significativa das Funções Trigonométricas.

Baseando-me nos princípios da Engenharia Didática definidos por Artigue (1988), a pesquisa foi desenvolvida a partir das análises prévias do conceito de função trigonométrica, bem como de seu inventário epistemológico. Sendo a concepção e análise *a priori* da sequência didática a segunda etapa dessa engenharia, fundamentei-me em Brousseau (2008), para elaborar uma sequência didática, cumprindo todas as fases postuladas pelo autor: situação de ação, situação de formulação, situação de validação e situação de institucionalização. Em seguida, desenvolveu-se a experimentação como representação da terceira fase da ED, restando apenas a realização da *análise a posteriori* e validação para concluir a pesquisa em tela.

Sendo assim, o texto foi estruturado em quatro capítulos, dispostos da seguinte forma:

No Capítulo I, apresento as análises prévias que tratam de descrever na primeira parte um inventário das Funções Trigonométricas como representações matemáticas dos fenômenos ondulatórios; os desafios apresentados à Ciência para a resolução de problemas, tais como os fenômenos naturais, a História, classificação e

aplicações dos fenômenos ondulatórios, a senoide como representação Matemática do Som, a compreensão da representação do Som como motivação para o Ensino das Funções Trigonométricas.

Num segundo momento, é trazida para a discussão a apresentação didática das Funções Trigonométricas como representações matemáticas dos fenômenos ondulatórios, considerando uma análise primeira de livros didáticos de Matemática que abordam as Funções Trigonométricas, e a abordagem, de forma particular, do posicionamento inicial dos sujeitos da pesquisa. O Capítulo I é concluído com algumas reflexões sobre o estado da arte.

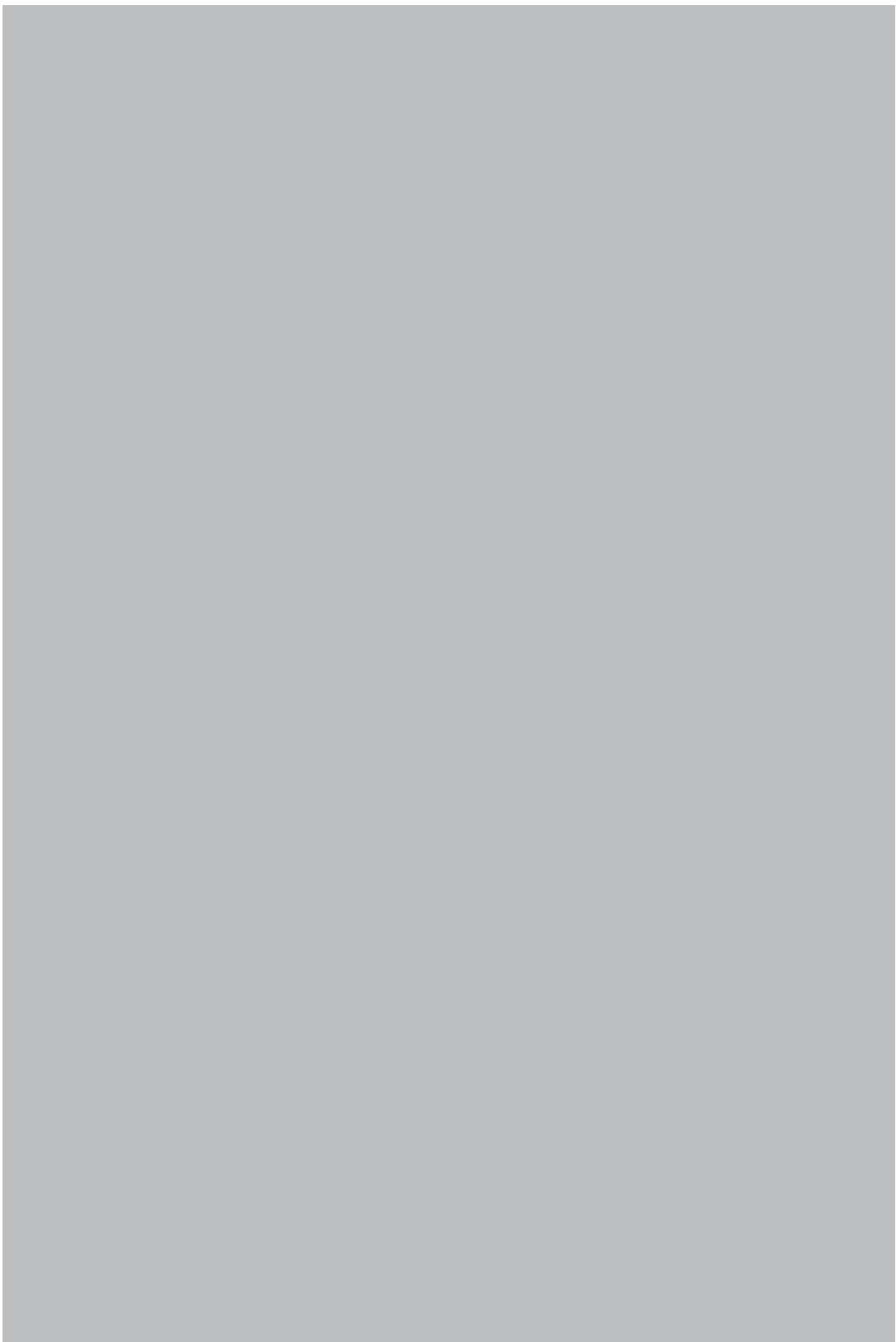
No Capítulo II são apresentados o problema de pesquisa, as justificativas, a questão central e as questões norteadoras, a memória, as raízes e o recorte teórico alicerçado nos pressupostos da Teoria das Situações Didáticas por meio de Brousseau (2008), principalmente, incluindo na discussão a perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1980).

Para o Capítulo III, reservei o momento da metodologia da pesquisa, em que foi priorizada a seguinte disposição: escolha metodológica, descrição do campo de investigação, sujeitos envolvidos na pesquisa, instrumentos de investigação e recursos utilizados. Neste momento, são introduzidos os princípios da Engenharia Didática como opção para desenvolver os procedimentos metodológicos da investigação. Este capítulo é iniciado com a definição das variáveis macro e microdidáticas, objetivando conduzir o aluno a verificar a correspondência entre as representações algébricas e gráficas da função  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ .

Posteriormente, são apresentadas as etapas organizadas pela metodologia da Engenharia Didática, ressaltando aspectos como o professor, os alunos, bem como uma breve exposição do software empregado nessa experiência.

O Capítulo IV, destinou-se ao planejamento da Sequência Didática sob à luz da Teoria das Situações Didáticas em que as fases de ação, formulação, validação e institucionalização decorreram dos princípios da Engenharia Didática – análises preliminares ou prévias, concepções e análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação.

Finalizei o trabalho apresentando a conclusão, desenvolvendo uma análise crítica e elencando algumas possibilidades que esta pesquisa permitiu refletir, entendendo que a opção por novas escolhas constituirá o cenário para uma nova Engenharia Didática.



# CAPÍTULO

# I



# CAPÍTULO I

## **I. Um inventário das Funções Trigonômicas como representações matemáticas dos fenômenos ondulatórios**

Este capítulo objetiva apresentar um estudo histórico das Funções Trigonômicas. Essas funções possibilitam representações matemáticas (algébricas e gráficas) dos fenômenos ondulatórios.

Inicialmente, se faz necessário um resgate da história das Ciências para realçar, inclusive, as alternativas de compreensão e “controle” dos fenômenos naturais, bem como para erguer um alicerce que possibilite o uso adequado da Teoria das Situações Didáticas, pois de acordo com a proposta de Brousseau (2008) o momento da ação precisa ser demarcado por uma situação que envolva a realidade. Assim, espera-se que o fio condutor desse histórico possa dar luzes ao cenário inicial para o uso de Funções Trigonômicas como representações matemáticas dos fenômenos ondulatórios.

Em sequência, os fenômenos ondulatórios serão apresentados como um recorte dos fenômenos naturais com o intuito de se fazer uma (re) leitura de sua história, compreender como estão classificados e mapear o campo de suas aplicações. Depois disso, será abordada a função senoide como representação Matemática (algébrica e gráfica) do som, com o propósito de mostrar o sincronismo entre a Física e a Matemática; entendendo que esse sincronismo é responsável por tornar possível a compreensão e o “controle” dos fenômenos sonoros.

Finalmente, será discutido sobre as possibilidades de que o estudo e a compreensão do som auxiliem no Ensino das Funções Trigonômicas.



## 1.1 Os desafios apresentados às Ciências para a resolução de problemas: os fenômenos naturais

A existência dos seres vivos, do universo e das galáxias representou e ainda continua representando incógnitas de uma equação parcialmente resolvida pela Ciência.

Com o intuito de explorar a constituição dessas incógnitas, atribuiu-se a Física tal empreitada que, sob as lentes de Sampaio & Calçada (2008, p. 11), pode ser compreendida como sendo

uma ciência que se originou das reflexões dos primeiros filósofos gregos, no século VI a.C. Esses filósofos se perguntavam sobre a natureza do universo, isto é, do que seria feito e como se transformava. A palavra grega para “natureza” é *physis* (pronúncia: “fisis”), e dela derivou-se a palavra **física**. (grifo dos autores).

Neste sentido, os primeiros fenômenos naturais que aguçaram a curiosidade humana foram: o movimento, o calor, a luz, o som, a eletricidade e o magnetismo. Assim, passaram a constituir partes da Física estudada até o final do século XIX: a Física Clássica. Conforme os autores citados, essas partes ficaram conhecidas como Mecânica (responsável pelo estudo do movimento em vários aspectos); Termologia (interessa-se pelo estudo do calor); Óptica (estuda a luz); Ondulatória (ocupa-se pelo estudo das ondas, como o som) e o Eletromagnetismo (estuda os fenômenos elétricos e magnéticos).

Muito embora não seja do interesse dessa pesquisa, mas para fins didáticos e de curiosidade, vale ressaltar que outros fenômenos surgiram no início do século XX, cuja natureza excedia os limites da Física Clássica. Em conjunto, a Teoria da Relatividade, a Mecânica Quântica e as Partículas Elementares originaram uma nova etapa da Física: a Física Moderna. (SAMPAIO & CALÇADA, 2008).

Com efeito, de todos os fenômenos elencados, o som – pelo seu desenho, importância e utilização – justificou naturalmente a mais precisa associação a uma representação Matemática possível de ser relacionada ao contexto da Teoria das Situações Didáticas.

## I.2 Os fenômenos ondulatórios: história, classificação e aplicações

Fazendo um exame do tipo senso comum, observa-se que ao ler-se a palavra “ondulatória”, a primeira imagem formada no pensamento é a de uma “onda”. À medida que se lembra das ondas do mar, por exemplo, associa-se aquele movimento repetitivo e contínuo a um “barulho” peculiar: um tipo de som. Por outro lado, essa percepção e associação direta são bem explicadas caso se admita que esse som é decodificado pelo aparelho auditivo presente nos animais, para inclusive, permitir a sobrevivência das espécies.

Deste modo, pode-se dizer que, segundo Sampaio & Calçada (2008), o som resulta de perturbações num meio contínuo. Sendo assim, é interessante destacar, por meio de um exame no recuo histórico, que desde os primórdios, os primeiros vertebrados surgidos nos meios aquáticos, há mais de 500 milhões de anos e os dinossauros que reinaram envolvidos pelo ar (comunicação sonora), foram favorecidos pelo som. Os seres humanos, por exemplo, nos dias atuais, utilizam-se dessa propriedade para promover relações interpessoais ampliadas pelo avanço tecnológico – cuja sofisticação minimiza distâncias anteriormente inacessíveis.

Não obstante repousar na história do desenvolvimento sócio, científico, econômico e cultural os elementos primordiais para tecer uma teia histórica do som, optou-se neste momento, por uma digressão mais enxuta, dada a possibilidade de incorrer no distanciamento do objeto desta pesquisa.

Com efeito, retornar-se-á ao meio físico para apresentar uma classificação e aplicação dos fenômenos ondulatórios.

A respeito dos fenômenos ondulatórios, pode-se destacar: a **ressonância**, caracterizada pela ocorrência de um sistema que recebe energia numa frequência que coincide com uma das frequências de vibração do mesmo sistema; **difração**, qualificada pelo fato de uma onda contornar uma fenda ou um obstáculo, sendo este contorno verificado a partir da dimensão do obstáculo ou da fenda, cuja ordem é igual ou menor que o comprimento de referida onda; **polarização**, que ocorre quando todos os pontos de um meio passam a vibrar em um único plano. Somente as ondas transversais – posteriormente conceituadas – podem ser polarizadas.

Ainda bebendo em Sampaio & Calçada (2008), é possível dizer que

um corpo executa oscilações (ou vibrações) quando realiza movimento de vaivém em torno de uma posição de equilíbrio. [...] Nas equações que fornecem a posição, a velocidade e a aceleração de um corpo em movimento oscilatório, em geral aparecem as funções seno e cosseno, conhecidas como funções harmônicas. (*ibidem*, p. 340)

Assim, já que o movimento de uma onda é, por si só, oscilatório, é possível classificá-la quanto a sua natureza como mecânica e eletromagnética. Conforme Sampaio & Calçada (2008), uma onda é classificada como mecânica quando ela exige um meio material elástico para se propagar e como eletromagnética quando não exige um meio para se propagar. Um exemplo específico de onda mecânica investigado nesta pesquisa é o som, que só se propaga em meios materiais. Ao contrário, uma onda eletromagnética, como a luz, por exemplo, não exige um meio material para se propagar.

Os mesmos autores ainda subdividem as ondas mecânicas em ondas transversais e longitudinais. Faz-se necessário diferenciá-las para melhor caracterizar a articulação entre a Teoria das Situações Didáticas e a Sequência Didática selecionada para a realização dessa experiência.

Assim, Sampaio & Calçada (2008), definem que

uma onda mecânica é chamada de **transversal** quando as partículas do meio vibram numa direção perpendicular à direção de propagação da onda. [...] Uma onda mecânica é chamada de **longitudinal** quando as partículas do meio vibram na mesma direção em que ocorre a propagação da onda. (*ibidem*, p. 352, grifo dos autores)

Desta forma, esses autores classificam o som como sendo “uma onda mecânica longitudinal (propagando-se em um meio qualquer) cuja frequência está entre 16 Hz e 20000 Hz”. (SAMPAIO & CALÇADA, 2008, p. 355).

Observa-se que os termos longitudinal e frequência relacionam-se diretamente com as funções trigonométricas, o que facilita a abordagem Matemática escolarizada deste conteúdo, bem como a compreensão dos alunos à medida que seja realçado o grau de significância da aprendizagem desse assunto.

Isto posto, percebe-se que os fenômenos ondulatórios apresentaram-se de forma natural e as suas aplicações no cotidiano podem ser listadas para promover o elo entre a representação Matemática (algébrica e gráfica) e, conforme Charlot (2005), o sentido de aprender.

Dentre essas aplicações, destaca-se a Acústica, que é um ramo da Física Ondulatória responsável pelo estudo das propriedades do som.

Segundo Sampaio & Calçada (2008), a teoria musical atribui ao som três propriedades: intensidade, altura e timbre. Para a Física, essas qualidades são descritas como amplitude, frequência e forma, respectivamente.

Dessa forma, os mesmos autores explicam que o som forte tem intensidade elevada (volume elevado) e o som fraco tem baixa intensidade (baixo volume). O mesmo som pode ser alto (agudo), ou seja, de alta frequência. Ou ainda, ser baixo (grave), ou seja, de baixa frequência. Por último, o aparelho auditivo pode diferir sons de mesma frequência e mesma intensidade, emitidos por instrumentos musicais diferentes. Numa representação gráfica, essa característica seria verificada por variações no desenho da mesma onda.

Com efeito, das três características físicas, esta última – timbre ou forma da onda – não será considerada como um elemento importante para análise dos dados coletados a partir dos protocolos dos alunos investigados, pois não faz parte do cenário escolarizado das funções trigonométricas.

Depois da teoria musical, outra aplicação dos fenômenos ondulatórios é a transmissão em “tempo real” do som por meio de aparelhos transmissores (rádios, televisões e telefones).

A transformação do sinal da voz em impulsos elétricos possibilitou a otimização das relações econômicas e o desenvolvimento de outros setores do mundo moderno, como por exemplo, os serviços de inteligência secreta. Aqui, enfatiza-se a origem da inspiração para caracterizar, conforme Brousseau (2008), a Situação de Ação (elo com o cotidiano), encontrada na exibição de um vídeo sobre o som como fenômeno possível de ser reconhecido pelo movimento harmônico e representado pela Função Trigonométrica  $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(cx + d)$ .