

A construção do conceito
de área a partir de
atividades fundamentadas
na história da Matemática

Volume 5

LF

EDITORIAL


Sociedade Brasileira de
História da Matemática



Edilene Simões Costa dos Santos
Cristiano Alberto Muniz
Maria Terezinha Jesus Gaspar

A construção do conceito de área a partir de atividades fundamentadas na história da Matemática

Volume 5



Série História da Matemática para o Ensino VOLUME 5

Editor responsável: José Roberto Marinho

Coordenadores da Série: Iran Abreu Mendes e Bernadete Morey

Co-edição: Sociedade Brasileira de História da Matemática

Capa, Projeto Gráfico e Diagramação: Waldelino Duarte

Revisão: Os autores

Diretoria da SBHMAT

Presidente: Sérgio Nobre (UNESP)

Vice-Presidente: Clóvis Pereira da Silva (UFPR)

Secretário Geral: Iran Abreu Mendes (UFRN)

Tesoureiro: Bernadete Morey (UFRN)

1° Secretário: Mariana Feiteiro Cavalari (UNIFEI)

Membros Conselheiros: Romélia Alves Souto (UFSJ)

Lígia Arantes Sad (UFES)

Conselho fiscal: Fabio Maia Bertato (UNICAMP)

Carlos Roberto Moraes (UNIARARAS)

Ficha Catalográfica

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.

Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei no 9.610, de 19 de fevereiro de 1998

LF



EDITORIAL

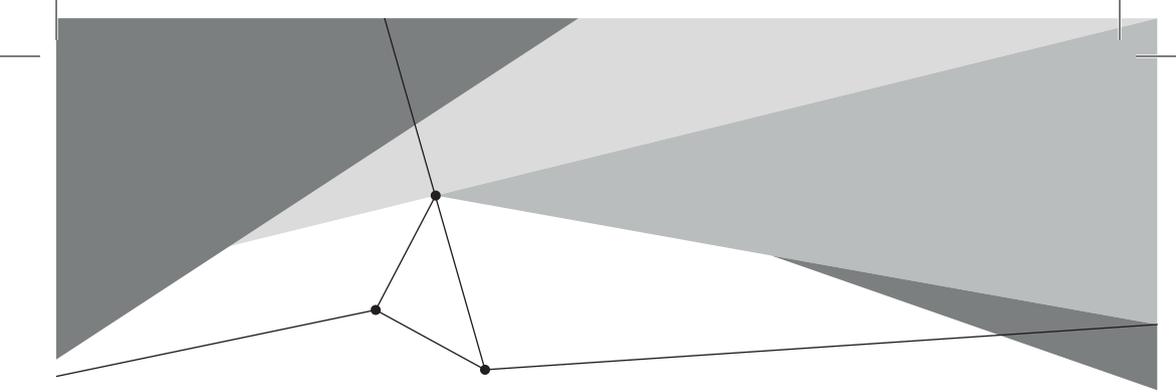
Editora Livraria da Física

www.livrariadafisica.com.br

Comissão Científica do XI SNHM

| | |
|--|-------------------------------|
| Iran Abreu Mendes | Presidente da Comissão - UFRN |
| Antonio Vicente Marafioti Garnica | UNESP/Rio Claro; UNESP/Bauru |
| Bernadete Barbosa Morey | UFRN |
| Carlos Henrique Barbosa Gonçalves | USP |
| Carlos Roberto Moraes | UNIARARAS/SP |
| Eva Maria Siqueira Alves | UFS |
| Fabio Maia Bertato | UNICAMP |
| Fernando Guedes Cury | UFRN |
| Fumikazu Saito | PUC/SP |
| Giselle Costa Sousa | UFRN |
| Ítala Maria Loffredo D'ottaviano | UNICAMP |
| João Cláudio Brandemberg Quaresma | UFPA |
| John Andrew Fossa | UFRN |
| Lígia Arantes Sad | UFES |
| Liliane dos Santos Gutierre | UFRN |
| Lucieli Trivizoli | UEM/PR |
| Marcos Vieira Teixeira | UNESP/Rio Claro |
| Maria Célia Leme da Silva | UNIFESP/SP |
| Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha | IFPA |
| Mariana Feiteiro Cavalari | UNIFEI/MG |
| Maria Terezinha de Jesus Gaspar | UNB/DF |
| Miguel Chaquiam | UEPA/PA |
| Roméia Alves Souto | UFSJ/MG |
| Sergio Roberto Nobre | UNESP/RIO Claro |
| Tatiana Roque | UFRJ |
| Ubiratan D'Ambrosio | USP |
| Wagner Rodrigues Valente | UNIFESP/SP |





Sumário

| | |
|---|----|
| Abertura | 13 |
| Introdução | 15 |
| Estrutura do trabalho | 19 |
| Atividades | 21 |
| Atividade 1 | |
| Comparando área de figuras por visualização e sobreposição | 23 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área | 23 |
| 2. Fundamentação matemática | 29 |
| 3. Objetivo da atividade | 29 |
| 4. Material | 30 |
| Atividade 2 | |
| Decompor e compor figuras | 31 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área | 31 |
| Atividade 2.1 | |
| Compor figuras a partir de três triângulos dados | 35 |
| 1. Objetivo | 35 |
| 2. Material | 36 |

| | |
|--|----|
| 3 Procedimento | 36 |
| 4 Situação 1 | 36 |
| | |
| Atividade 2.2 | |
| Transformar por recorte e colagem o retângulo em quadrado e o quadrado em retângulo conservando a medida da área | 38 |
| 1 Objetivo | 38 |
| 2 Material | 38 |
| 3 Procedimento | 39 |
| | |
| Atividade 3 | |
| Construindo figuras geométricas por recorte e colagem | 41 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área | 41 |
| 2. Objetivo | 42 |
| 3. Material | 42 |
| 4. Procedimento | 43 |
| 5. Análise preliminar | 44 |
| | |
| Atividade 4 | |
| Construção de um quadrado que tenha a metade da área de um quadrado dado | 46 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área | 46 |
| 2. Objetivos | 47 |
| 3. Material | 47 |
| 4. Procedimento | 47 |
| Situação | 48 |
| 5. Análise preliminar | 49 |
| | |
| Atividade 5 | |
| A atividade em estudo: duplicação do quadrado | 52 |
| 1. Objetivos | 52 |
| 2. Material | 52 |
| 3. Procedimentos | 52 |
| 4. Situação | 53 |
| 5. Procedimentos para a duplicação da área | 53 |
| 6. Análise | 54 |

Atividade 6

| | |
|---|----|
| Transformar um quadrado em triângulo isósceles de mesma área por recorte e colagem..... | 57 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área..... | 57 |
| 2. Objetivo..... | 58 |
| 3. Material..... | 58 |
| 4. Procedimento..... | 58 |

Atividade 7

| | |
|---|----|
| Trabalhando com unidades de medidas (figuras pavimentadas)..... | 62 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área..... | 62 |
| 2. Objetivo..... | 63 |
| 3. Material..... | 63 |
| 4. Procedimento..... | 63 |
| 4. Análise..... | 65 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área..... | 67 |

Atividade 8

| | |
|--|----|
| Malha quadriculada: unidade de medida de área..... | 70 |
| 1. Objetivo..... | 70 |
| 2. Análise..... | 70 |

Atividade 9

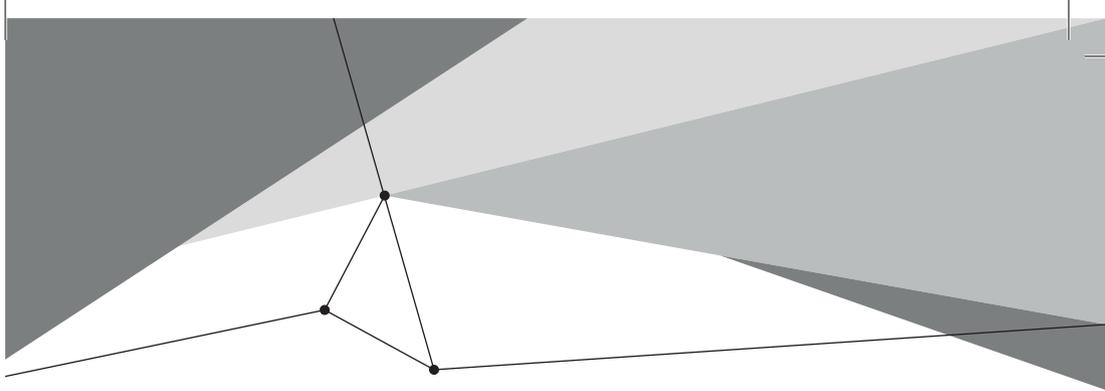
| | |
|---|----|
| Calculando área por aproximação..... | 74 |
| 1. Tópicos da história do conceito de área..... | 74 |
| 2. Objetivo..... | 77 |
| 3. Procedimento..... | 78 |
| 4. Conclusões..... | 90 |

| | |
|------------------|----|
| Referências..... | 95 |
|------------------|----|

| | |
|-----------------|----|
| Os autores..... | 99 |
|-----------------|----|

| | |
|--------------------------|-----|
| Volumes desta Série..... | 101 |
|--------------------------|-----|

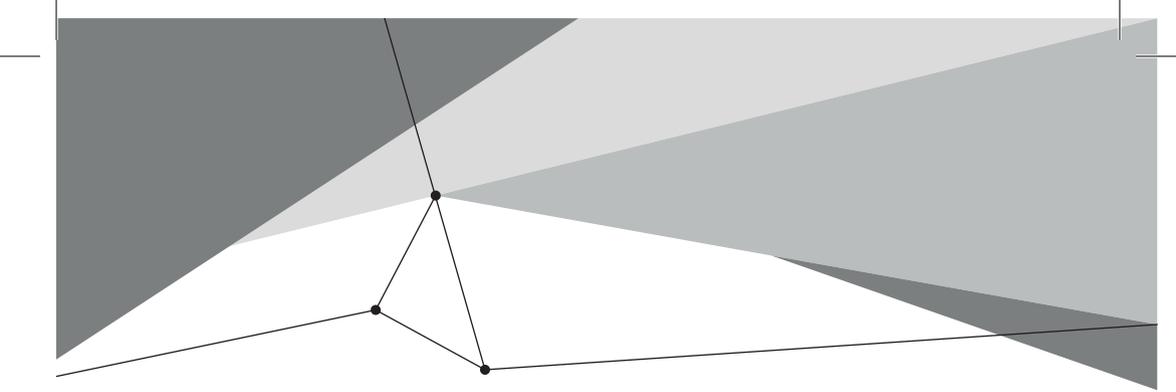




Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Decomposição do triângulo isóseles..... | 24 |
| Figura 2 - Polígonos disponibilizados para utilização dos alunos..... | 30 |
| Figura 3 - Transformação do quadrado em retângulo..... | 34 |
| Figura 4 - Material da atividade 2.1..... | 36 |
| Figura 5 - Painel das figuras construídas..... | 38 |
| Figura 6 - Material atividade 2.2..... | 39 |
| Figura 7 - Retângulo em tiras..... | 40 |
| Figura 8 - Quatro triângulos formando um retângulo..... | 40 |
| Figura 9 - Transformação do retângulo em trapézio..... | 42 |
| Figura 10 - Material da atividade 3..... | 42 |
| Figura 11 - Quadrado formado sobre a hipotenusa de um quadrado dado..... | 50 |
| Figura 12 - A área do quadradinho mede $\frac{1}{4}$ da área do quadrado grande..... | 51 |
| Figura 13 - Formação do retângulo cortando o triângulo ao meio..... | 59 |
| Figura 14 - Construção utilizando molde..... | 60 |
| Figura 15 - Quadrado Construído..... | 60 |
| Figura 16 - Peças do Tangram..... | 64 |
| Figura 17 - Figuras formadas com o tangram..... | 66 |
| Figura 18 - Pavimentação da figura..... | 71 |
| Figura 19 - Pavimentação “girando o triângulo”..... | 71 |

| | |
|---|----|
| Figura 20 - Procedimentos para pavimentação da figura. | 71 |
| Figura 21 - Altar em forma de falcão. | 76 |
| Figura 22 - Transformação da unidade triangular em quadrática. | 79 |
| Figura 23 - Destaca os simétricos. | 80 |
| Figura 24 - Traça eixo de simetria. | 81 |
| Figura 25 - Contagem aproximada das unidades triangulares. | 82 |
| Figura 26 - Corta as unidades quadráticas e as enumera. | 84 |
| Figura 27 - Medida aproximada da área. | 85 |
| Figura 28 - Formação de retângulos para medir a área. | 85 |
| Figura 29 - Formação de retângulos. | 87 |
| Figura 30 - Decomposição da área em ret. | 87 |
| Figura 31 - Representação da contagem para medir a área. | 88 |



Abertura

A publicação de livros sobre história da matemática para uso didático pelos professores teve sua origem no IV Seminário Nacional de História da Matemática (IV SNHM), realizado em Natal/RN, em 2001. Naquele ano foram publicados nove títulos referentes a temas variados. A receptividade dos textos, por parte de estudantes de licenciatura em matemática e por professores dos três níveis de ensino (Fundamental, Médio e Superior), fez com que a Sociedade Brasileira de História da Matemática levasse em frente o projeto, de modo a contribuir para a divulgação e uso dessa produção nas aulas de matemática nos diversos níveis de ensino.

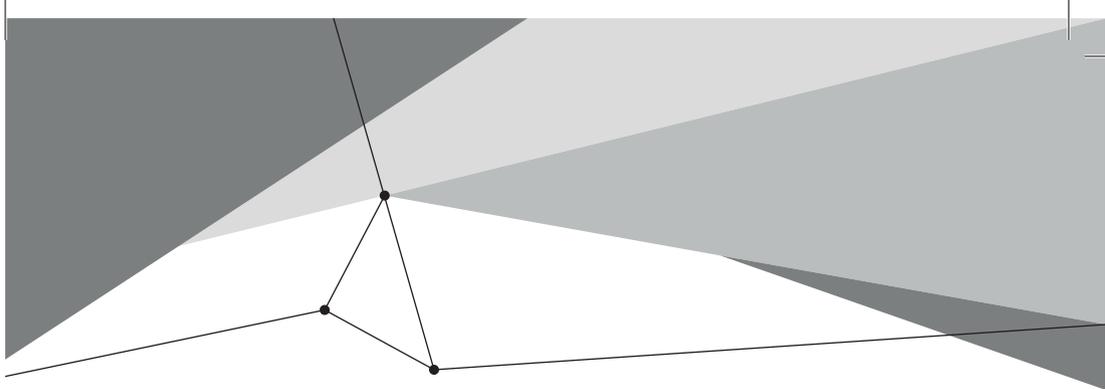
Com essa finalidade seguiram-se as coleções de 2003 no V SNHM em Rio Claro/SP, de 2005 em Brasília/DF, no VI SNHM, de 2007 em Guarapuava/PR, no VII SNHM, em Belém/PA no VIII SNHM de 2009, em Aracaju/SE no IX SNHM de 2011 e em Campinas/SP no X SNHM de 2013.

Para o XI SNHM de 2015, consideramos importante apresentar aos professores de ensino Fundamental, Médio e Superior de todo o Brasil, um rol mais diversificado de temas, tendo em vista o avanço dos estudos sobre história e educação matemática nos diversos centros de estudos do país. Nessa perspectiva organizamos os 10 volumes da coleção História

da Matemática para professores, que contou com o apoio da Editora Livraria da Física, do CNPq e da CAPES.

A proposta deste volume é mostrar aos professores do Ensino Fundamental, por meio de desenvolvimento de atividades, como a história da matemática nos permite tomar decisão pedagógica para favorecer ao aluno na construção e significação do conceito de área e sua medida, e na compreensão de que os conhecimentos não são prontos, mas construídos em processo que envolve tempo, conhecimentos, contextos e pessoas.

Iran Abreu Mendes
Bernadete Morey
Coordenadores da Série



Introdução

Para Moran (2007), o ensino organiza uma série de atividades didáticas para favorecer a compreensão de conhecimentos específicos, enquanto a educação tem como foco, além de ensinar, ajudar a integrar ensino e vida, conhecimento e ética, reflexão e ação.

Nesse contexto Baroni e Nobre (1999) afirmam que a educação matemática vem buscando e propondo novos instrumentos metodológicos que podem ser utilizados pelos professores em suas atividades didáticas. A história da matemática é um desses instrumentos que extrapola o campo da motivação e abarca elementos que interligam o conteúdo e o fazer pedagógico. Assim, assumimos a história da matemática como uma possibilidade estratégica na constituição da aprendizagem significativa, desafiadora, motivadora, dinâmica, revestida de sentido social, cultural, histórico e político-ideológico.

A viabilidade de uso pedagógico das informações históricas baseia-se em um ensino da matemática centrado na investigação; o que conduz o professor e o aluno à compreensão do movimento cognitivo estabelecido pela espécie humana no seu contexto sociocultural e histórico, na busca de respostas às questões ligadas ao campo

da matemática como uma das formas de explicar e compreender os fenômenos da natureza e da cultura. (MENDES, 2009, p. 91).

Pelas ideias de Tzanakis e Arcavi (2000), existem três formas nas quais a história da matemática pode ser integrada à educação matemática:

- Aprendizagem da história por meio do fornecimento direto de informações históricas.
- Ensino e aprendizagem de temas matemáticos inspirados pela história.
- Desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto da própria matemática como dos contextos culturais e sociais nos quais a matemática tem sido desenvolvida.

Este livro trabalha com a segunda forma, o ensino e a aprendizagem de temas matemáticos inspirados pela história. Julgamos que o aluno pode construir conceitos matemáticos a partir de atividades elaboradas tendo como pano de fundo a história da matemática, esta é utilizada pelo professor para tomar decisões pedagógicas na elaboração de sequências de atividades.

Nesse sentido, as atividades aqui propostas, bem como as respectivas análises, correspondem à configuração de um trabalho com caráter de oficina.

Em Mendes (2006), o uso pedagógico das informações históricas baseia-se no ensino de matemática, centrado na investigação, direcionando o professor e o aluno à compreensão das estruturas cognitivas estabelecidas pelo homem, no seu contexto sociocultural e histórico, na busca de respostas às questões ligadas ao campo da matemática como uma das formas de explicar e compreender os fenômenos da natureza e da cultura.

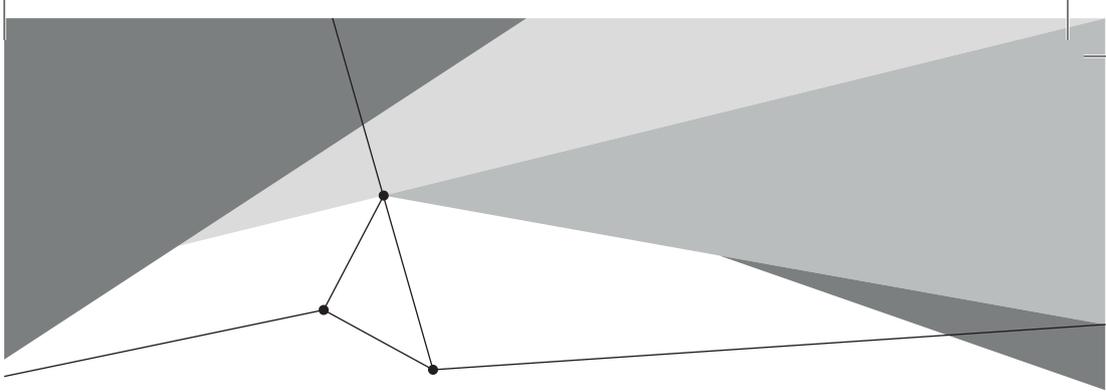
Nessa perspectiva, orientaremos a respeito de procedimentos de análise das ações realizadas pelos alunos – conjec-

turas, discussões, registros – quando estes resolvem situações estruturadas a partir de um fundo histórico para a construção do conceito de área como grandeza autônoma distinguindo área e superfície, assim como área e medida de área. Para direcionar tal análise faremos uso de duas teorias, teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990, 1996) e, a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (1994, 2003). Estas nos ajudam a verificar a construção do conceito pelo aluno. A teoria de Vergnaud nos orienta nas análises das relações advindas e ocasionadas pelo conceito, enquanto a de Duval norteia as análises das representações dos objetos matemáticos. Assim, é possível encaminhar a mediação no sentido da construção do conceito de área pelo aluno. Não o conceito pronto expresso em uma definição apresentada pelo livro didático ou pela professora, mas uma ação experienciada e reelaborada pelo aluno.

Podemos analisar os invariantes operatórios produzidos pelos alunos inseridos nas situações de contexto histórico de conceitos matemáticos, no caso desse trabalho, de área e sua medida. Nessas análises, buscamos explicitar as conceitualizações implícitas nas ações dos alunos, os procedimentos de resolução, os erros e os acertos anunciados nas resoluções das situações, uma vez que os invariantes operatórios não são verdadeiros ou falsos, pois o conhecimento em ação nos permite agir em determinada situação independente de ser apropriado, ou não, segundo um determinado critério científico. (VERGNAUD, 1990).

Para analisarmos as representações produzidas pelos alunos, apoiamo-nos na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (1994, 2003). A função da representação é ajudar o pensamento e a organização da ação. O registro de representação é um sistema de signos que podem desempenhar as funções de comunicação, processamento e objetivação. Segundo Duval, só é possível conhecer, compreender e aprender matemática pela utilização das representações semióticas do objeto matemático.

A interpretação das representações, produzidas na resolução das atividades, nos ajuda a realizar intervenções mais adequadas no que se refere à construção do conceito. Neste sentido, consideramos importante perceber e compreender as operações de transformações, tanto de tratamento quanto de conversão (Duval, 1994), produzidas pelos sujeitos na conceitualização de área como grandeza e sua medida. No entanto, sabemos que estas operações, de modo geral, não acontecem espontaneamente. Esse trabalho apresenta a história da matemática como alternativa pedagógica que possibilita a realização destas transformações.



Estrutura do trabalho

Neste trabalho apresentaremos aos participantes a sequência de atividades, apontando a organização das mesmas para o crescimento gradativo do aluno na construção e significação do conceito de área como grandeza e sua medida, e na compreensão que os conhecimentos não são prontos e que são construídos em processo que envolve tempo, conhecimentos, contextos e pessoas.

Segundo Vergnaud (2003), o primeiro ato de mediação do professor é a escolha da situação para os alunos. Nesse trabalho, a história da matemática é coordenadora das ações de aprendizagem. Dela apropriamo-nos para tomar decisões pedagógicas quanto ao ensino do conceito de área e procedimentos para o seu cálculo.

Refletiremos como os alunos podem construir o conceito de área como grandeza a partir de proposições pedagógicas fundamentadas nas concepções históricas da matemática e como podemos analisar se os conceitos apresentados pelos alunos na atividade são apropriados. No caso de pouco apropriado como mediar para torná-los mais apropriados Vergnaud (1996).

Inicialmente realizaremos duas das atividades e no segundo mais duas atividades. Para ficar como material para o

professor as atividades estão dirigidas aos alunos, no decorrer do trabalho serão realizadas e analisadas pelos participantes.

Vamos trabalhar de forma que o professor compreenda como a história da matemática pode ser utilizada como instrumento didático para a construção do conceito matemático em questão e, também, entenda, por meio das análises, como mediar a construção do conceito. Desta maneira, estamos defendendo que por meio da história da matemática o aluno pode aprender conceitos matemáticos e, que o professor precisa mediar este processo de aprendizagem verificando se os conceitos estão apropriados (corretos) ou se é necessário mais fundamentação para estudante tornar seu conceito mais apropriado. Segundo Vergnaud (1996), um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação, o que nos sugeriu a necessidade de diversificar as atividades, em um movimento que permita ao sujeito a aplicação de um dado conceito em diversas situações e que faça a integração entre as partes e o todo.

A sequência foi elaborada de maneira que os diversos patamares da construção do conhecimento, que podem ser atingidos pelos estudantes ao longo de sua instrução, fossem levados em conta na estruturação do conceito e, na posterior aplicação de intervenções didáticas. Pois, mesmo que os teoremas-em-ação e os conceitos-em-ação sejam falsos no plano científico, alguns modelos explicativos intermediários podem cumprir um importante papel na trajetória de aprendizagem e de construção do conceito pelo sujeito.

Em uma ou outra atividade, a título de exemplo, apresentaremos algumas análises, observações, fotos e teoremas-em-ação resultantes da pesquisa realizada por Santos (2014), na qual as atividades, que aqui serão resolvidas e discutidas, foram desenvolvidas por alunos de 5º ano do ensino fundamental de duas escolas públicas do Distrito Federal.