

Matemática e música

COLEÇÃO CONTEXTOS DA CIÊNCIA

Conselho Editorial

- Amílcar Martins (Universidade Aberta – Lisboa)
António Manuel Águas Borralho (Universidade de Évora – Portugal)
Carlos Aldemir Farias da Silva (UFPA)
Claudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA)
Emmánuel Lizcano (UNED – Madri)
Iran Abreu Mendes (UFRN)
José Willington Germano (UFRN)
Luis Radford (Universidade Laurentienne, Canadá)
Maria da Conceição Xavier de Almeida (UFRN)
Marta Maria Castanho Almeida Pernambuco (UFRN)
Miguel Chaquiam (UEPA)
Olival Freire Junior (UFBA)
Raquel Gonçalves-Maia (Universidade de Lisboa)
Ricardo Cantoral (Cinvestav– México)
Roberto Nardi (UNESP – Bauru)
Sílvia Nogueira Chaves (UFPA)
Silvio Donizetti de Oliveira Gallo (Unicamp)
Tadeu Oliver Gonçalves (UFPA)
Teresa Vergani (Universidade Aberta – Lisboa)
Terezinha Valim Oliver Gonçalves (UFPA)
Ubiratan D’Ambrosio (UNIAN-SP)
Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP)
Wilma de Nazaré Baía Coelho (UFPA)

OSCAR JOÃO ABDOUNUR

Matemática e música



2015

Copyright © 2015 Editora Livraria da Física
1ª Edição

Direção editorial José Roberto Marinho

Coordenação geral da Coleção

Contextos da Ciência Carlos Aldemir Farias
Iran Abreu Mendes

Revisão Paula Santos

Projeto gráfico Typodesign
Diagramação e capa Fabrício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Abdounur, Oscar João
Matemática e música / Oscar João Abdounur. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. –
(Coleção contextos da ciência)

Bibliografia
ISBN 978-85-7861-377-8

1. Analogia 2. Matemática - História 3. Música - História 4. Significado (Filosofia) I. Título. II.
Título: O pensamento analógico na construção de significados. III. Série.

15-10722

CDD-169

Índices para catálogo sistemático:

1. Pensamento analógico: Construção de significados : Filosofia 169
2. Significados: Construção: Pensamento analógico: Filosofia 169

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107
da Lei nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.



Editora Livraria da Física
www.livrariadafisica.com.br

Nota dos coordenadores da coleção

Este livro é o trigésimo nono volume da *Coleção Contextos da Ciência*. A proposta de editar uma coleção para compartilhar temas importantes da ciência e da educação na contemporaneidade constitui uma parceria entre a Editora Livraria da Física, de São Paulo, sob a direção editorial de José Roberto Marinho, e a coordenação científica dos professores Carlos Aldemir Farias – Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, e Iran Abreu Mendes – Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Esta coleção oferece ao leitor temas oriundos de pesquisas, experiências e reflexões de especialistas do Brasil e do exterior nas áreas de epistemologia, história da ciência, educação matemática, filosofia, antropologia, história social da cultura, meio ambiente, entre outros. A pluralidade temática e os pertencimentos disciplinares dos autores têm como horizonte uma *ciência aberta*, e como objetivo contribuir para a divulgação e a valorização das ideias científicas, enriquecendo, igualmente, a reflexão sobre o debate acadêmico nas diversas áreas de conhecimento.

Contextos da Ciência sinaliza, desde a sua criação, em 2008, uma diversidade de abordagens dos assuntos atualmente em pauta no panorama da ciência contemporânea.

Carlos Aldemir Farias
Iran Abreu Mendes
Coordenadores da Coleção



Sumário

Introdução/Objetivos.....	9
Capítulo I – Da matemática à música: um passeio numérico através dos sons	21
Capítulo II – Conhecimento, Inteligência e o Pensamento Analógico.....	123
Capítulo III – Da matemática à música: um passeio numérico/sonoro à luz da organização teórica apresentada.....	239
Capítulo IV – Implicações Educacionais	329
Bibliografia.....	379
O autor.....	387



Introdução/Objetivos

Introdução e Objetivos

A matemática e a música possuem laços profundos já conhecidos desde a Antiguidade. As primeiras manifestações de algum tipo de relação entre essas áreas aparentemente diferentes perdem-se, como dizem os historiadores, na noite dos tempos, uma vez que em quase todos os povos da Antiguidade encontram-se registros dessas áreas em separado. Por exemplo, o poder conquistador supra-humano da música já se expressa na mitologia grega, em Orfeu, cujo canto acompanhado de lira sustava rios, amansava feras e movia pedras. A matemática também se faz presente desde os tempos mais remotos, por exemplo, na contagem de objetos.

Naturalmente, essas considerações levam-nos a pensar que em algum momento o homem tenha começado a conjecturar relações entre matemática e música seja, por exemplo, através do fato de que a corda de um arco e flecha maior, mais grossa ou ainda menos tensa produza sons mais graves ou mesmo que ao assoprar um osso podem-se gerar sons diferentes dependendo do seu tamanho, bem como das posições em que são inseridos buracos.

Essa hipótese reforça-se através de um artigo publicado na revista *Scientific American* de setembro de 1997, referente a um osso de urso com idade entre 43.000 a 82.000 anos encontrado nos Alpes da Eslováquia em 1995,

apresentando uma configuração de buracos capaz de produzir intervalos musicais de tons e semitons, elementos fundamentais da escala diatônica moderna, como por exemplo dó-ré-mi-fá-sol-lá-si-dó. Passível de ser considerado o instrumento musical mais antigo conhecido, esse achado emitia tais intervalos em virtude da distância entre o segundo e terceiro buracos ser duas vezes aquela existente entre o terceiro e quarto, o que já mostraria preocupações matemáticas quando de sua confecção. Porém, tais considerações não passam de conjecturas.

O primeiro registro científico, de fato, associando matemática e música ocorre por volta do século VI aC. na Grécia Antiga, na escola pitagórica. Esses pensadores relacionaram intervalos musicais com o conceito matemático de razões, há mais de 2000 anos, fazendo uso de um instrumento de uma corda que denominaram monocórdio. Cientificamente como o primeiro registrado, tal experimento promove um vasto número de discussões na Grécia e posterior à cultura grega sobre teoria musical, possuindo razões matemáticas como característica principal.

Entre essas discussões, uma questão importante que contribui para o fortalecimento dos estudos em matemática/música concerne às tentativas de buscar fundamentos científicos, por exemplo, para a consonância musical. O que faz dois sons produzirem efeitos no sentimento? O que os faz produzirem emoções das mais diversas naturezas, muitas delas comuns à grande parte dos seres humanos? Qual o fundamento científico que está por trás de tais fenômenos? Por que especificamente subjazem às consonâncias razões de pequenos números inteiros? Por que as escalas

musicais são como as conhecemos? Porque as escalas são logarítmicas?

Nas tentativas de responder questões dessa natureza é que a matemática entra em cena constantemente desde o experimento de Pitágoras até os dias de hoje, gerando e respondendo a novas dúvidas. Cabe ressaltar que não se trata de querer com este trabalho fazer a matemática explicar completamente a música e nem o contrário. Entretanto, procura-se recuperar e organizar historicamente momentos importantes que revelam relações entre essas duas ciências.

Para realizar essa tarefa, bem como estudar as possíveis aplicações das relações entre a matemática e a música na dinâmica de construção de significados no cenário educacional, esta obra estuda ainda a relevância do pensamento analógico como instrumento de articulação de áreas ou de conceitos aparentemente distantes, mas com forte semelhança estrutural.

Dadas as considerações anteriores, o presente trabalho objetiva resgatar e relevar a importância do pensamento analógico na construção de significados. Tal meta ganha sentido especial quando se observa o pouco valor atribuído a essa forma de articulação de ideias no âmbito da educação. Apesar dos movimentos epistemológicos mais abrangentes no que tange às ideias de inteligência e conhecimento, o cenário educacional ocidental ainda supervaloriza as habilidades lógico-matemáticas e linguísticas no leque de aptidões que compõem a faculdade intelectual. Na dinâmica de ensino/aprendizagem, o quadro mencionado evidencia-se em distintas circunstâncias, tais como

resolução de problemas, estratégias de convencimento, processos de avaliação, atividades heurísticas e negociações didáticas em geral. A revalorização do pensamento analógico adquire ainda maior importância quando avaliamos as consequências ou os fatores concomitantes de uma formação destituída dessa forma de comparação de ideia na construção da identidade individual e coletiva.

A valorização excessiva atribuída ao pensamento lógico-matemático no cenário ocidental relaciona-se à importância adquirida pela Lógica Formal em tal âmbito, vinculada originalmente à Gramática e à Dialética. Estas, por sua vez, encontram suas raízes mais profundas nos trabalhos de Aristóteles que, fundamentado na organização da língua grega, sistematiza a lógica dedutiva. Tais aspectos vinculam-se fortemente ao pouco reconhecimento da relevância de analogias na criação e no discurso científicos, bem como na resolução de problemas. Moldando tacitamente a estrutura dinâmica de pensamento coletivo ocidental, esse fenômeno ressoa em distintos terrenos, emergindo particularmente de maneira significativa no âmbito de ensino/aprendizagem.

Estimulada ainda por distintos pensadores – de Platão a Kant –, a relevância do raciocínio lógico-formal mencionada recebeu contribuição particular de Descartes. Tal pensador vem-nos à mente como símbolo de um conjunto de ideias associadas ao raciocínio dedutivo e encadeado, à causalidade e ao direcionamento, bem como à separação que estabelece, num certo sentido, contraponto significativo com as noções de comparação, simultaneidade, acausalidade, sincronicidade. Num plano superior, a tensão

referida traduz-se no antagonismo – que simultaneamente possui caráter de complementaridade ®C lógico/análogo.

Associa-se ainda ao pensamento cartesiano a ideia de separação entre corpo e alma, cérebro e mente, bem como a concepções mecanicistas em diversos campos das ciências e humanidades. Além das evidências expressas anteriormente no âmbito didático/pedagógico, as ideias cartesianas emergem, com roupagens próprias, em distintos campos tais como a neurociência, em que alguns pesquisadores insistem em explicar a mente exclusivamente a partir de fenômenos cerebrais, desprezando-se o resto do organismo, bem como o ambiente físico e social. A medicina no Ocidente também revela a influência tácita do pensador francês ao abandonar uma concepção orgânica e integradora de mente e corpo, predominante desde Hipócrates, passando por pensadores árabes tais como Ibn Sina até o Renascimento, para assumir caráter mecanicista ®C por exemplo, concebendo o corpo como um mecanismo – e dissociado a partir de Descartes. Observa-se ainda a ressonância cartesiana na metáfora em que o corpo associa-se ao hardware, enquanto que a mente ao software. Impregnada de pensamento cartesiano, tal comparação apresenta-se fraca estruturalmente diante das evidências da atualidade, uma vez que o fato de a mente alterar o corpo não se transfere para o domínio informático, já que o software modifica o hardware.

Nesse contexto, um ponto bastante significativo da influência de Descartes refere-se à separação razão/emoção que se revela, por exemplo, no simples ditado popular de que para pensar bem e tomar decisões corretas é preciso

manter a cabeça fria, afastando as emoções e os sentimentos (DAMÁSIO, 1996). Outro aspecto estreitamente relacionado à presença silenciosa, no ambiente de ensino/aprendizagem, das ideias cartesianas refere-se à afirmação talvez mais famosa da história da filosofia: penso, logo existo. Tal asserção concede ao pensamento, em sua concepção racional, o papel principal no cenário subjacente à existência, o que de certa maneira apresenta-se intimamente relacionado à supremacia, entre as aptidões intelectuais, do raciocínio lógico-matemático no desenvolvimento epistemológico-cultural do ocidente.

O pensamento analógico ainda revela sua importância quando se examinam mais cuidadosamente os aspectos ressaltados anteriormente e ao mesmo tempo que se desvenda e sente a capacidade que essa forma de associação de ideias possui de integrar domínios cognitivos a domínios afetivos, bem como de inseminar a mente com estrutura dinâmicas complementares àquelas subjacentes ao raciocínio lógico-matemático, propiciando reconfigurações no pensamento, que agora assume estrutura mais ampla.

Num certo sentido, essa proposta retoma ainda, no âmbito educativo, o caráter organicista mencionado, pois aborda a participação do pensamento analógico à luz das concepções de Conhecimento como Rede (LÉVY, 1993; MACHADO, 1995), Inteligência como um Espectro de Múltiplas Competências (GARDNER, 1995) e Inteligência Coletiva (LÉVY, 1994). Conceber o conhecimento como rede possui estreita semelhança com pensá-lo como um organismo. Embora o presente discurso tenha enfatizado o abandono da ideia organicista no âmbito da medicina, o

esquema subjacente a tal fenômeno ressoou em distintos cenários, incluindo a epistemologia e a didática que sustentaram até a década retrasada – pelo menos com ênfase registrada – a imagem de conhecimento como construção por tijolos.

Do ponto de vista histórico/didático/pedagógico, o presente trabalho visa a refletir sobre as concepções anteriormente mencionadas ao eixo matemática/música revelando, a partir da comparação das trajetórias das ciência e artes referidas, esquemas comuns na dinâmica de construção de significados. Observando as trajetórias da matemática e da música, o presente trabalho procura revelar analogias e similaridades no desenvolvimento dinâmico de construção de conceitos considerados, sob uma ótica especialista, pertencentes exclusivamente às áreas referidas. A partir da relação matemática/música, este estudo promove o entretecer de aptidões intelectuais pensadas, do ponto de vista cartesiano, como competências estanques, bem como a desterritorialização de conceitos considerados habitantes de terrenos específicos do conhecimento.

Do ponto de vista didático/pedagógico, busca-se operacionalizar a proposta através de oficinas interdisciplinares que, utilizando de distintas linguagens, atingem âmbitos de primeiro, segundo e terceiros graus. Ao utilizar distintas aptidões intelectuais concebidas por Gardner, articuladas às outras concepções mencionadas, tais oficinas revelam que a consciência de esquemas comuns permitem reproduzir, na dinâmica de ensino/aprendizagem, cenários da matemática/música, (re)construindo significados direta ou analogicamente. A fim de tornar clara a maneira

como analogias participam da (re)construção de significados em meio às concepções epistemológicas apresentadas, concentra-se o trabalho em poucos temas pertencentes a princípio ao eixo intelectual referido, tais como Séries de Fourier, logaritmo e média geométrica em matemática e Série Harmônica e Temperamento em música.

Ao ressaltar a importância do pensamento analógico na (re)construção de significados, o presente trabalho pretende fornecer subsídios para interligar conhecimentos rigidizados por esquemas comuns, bem como integrar razão e emoção, estreitamente relacionada à indissociação afeto/cognição. Ao observar interferências e paralelos significativos entre a matemática e a música, reproduzindo analógicamente encontros das trajetórias de tais ciências em dinâmicas de ensino/aprendizagem, o presente trabalho tem o intuito de revelar que emoções e sentimentos, contrariamente à concepção racionalista, não somente constroem a racionalidade, como apresentam-se como condição *sine qua non* para sua existência.

Breve descrição dos capítulos

O Capítulo I ilustra relações, analogias, paralelos e explicações mútuas entre matemática e música desprovidos de apoios em concepções epistemológicas. Tal interação serve de suporte experimental às futuras conjecturas sobre o papel do pensamento analógico na construção de significados, não apenas na relação entre essas áreas, mas também nas contribuições mútuas entre quaisquer outras expressões da inteligência.

Apesar dos esforços concernentes à inteligibilidade, é possível que a parte inicial deste trabalho apresente alguns pontos demasiadamente técnicos e específicos das áreas referidas. Para os fins que essa parte inicial se propõe – fornecer subsídios mais concretos com o intuito de desvendar dinâmicas ocultas de interação entre as trajetórias da matemática e da música com vistas ainda a conjecturar processos mais amplos referentes à inteligência –, tal dificuldade não relevará demasiada importância, assim como para o projeto como um todo. Contrariamente à procura de relações específicas entre as áreas referidas, o estudo em matemática/música no presente trabalho procura extrair semelhanças em esquemas subjacentes, processos de criação, mecanismos e dinâmicas cognitivas/afetivas abarcadas na navegação pelos cenários propiciados pelo envolvimento com as áreas mencionadas para a compreensão de mecanismos epistemológicos mais gerais pertinentes às distintas competências intelectuais.

As percepções inicialmente mencionadas possibilitam levantar dúvidas e conjecturar soluções sobre questões de natureza análoga em outros campos, inseminando e fertilizando, agora no terreno epistemológico, ideias concernentes ao significado do pensamento analógico na estrutura/dinâmica de pensamento/sentimento de um indivíduo e, portanto, em sua formação pessoal. Nos primeiros mergulhos reflexivos de tal natureza, uma das impressões é de que cada experiência vivida permite o desencadeamento da assimilação e incorporação consciente ou não de esquemas, no universo cognitivos/afetivo, transferidos por canais de diversas naturezas durante o processo interativo

que, de algum modo, construía, enredavam, desmoronavam e fomentavam representações em significados habitantes, do mundo da cognição e do afeto. Nesse sentido, cada experimento a que um indivíduo se sujeitava provocava um rearranjo e reconfiguração em seu campo cognitivo, propiciados por distintos canais de interação.

Nesse ponto, as concepções de rede, de Lévy (1993), de conhecimento como rede, de Machado (1995), de inteligência como um espectro de múltiplas competências, de Gardner (1994), ancoram o sentimento construído a partir das reflexões anteriores, determinando a adoção de tais concepções como substrato teórico do trabalho.

Entretecendo as concepções mencionadas, o Capítulo II ressalta a ideia de que significados organizam-se em redes e de que conhecer possuía acepção de conhecer o significado, entretecido com outros significados por meio de relações de distintas naturezas. Estes, por sua vez, enredam-se com outros significados e assim por diante, indefinidamente, organizando um mundo de significações denominado hipertexto (Lévy, 1993, p. 25). A fim de não reduzir as possíveis interpretações do modelo de tal conceito, cuja estrutura e dinâmica subjaz a diferentes universos povoados por significações, o Capítulo II apresenta os seis princípios abstratos estabelecidos por Lévy, dos quais a metáfora hipertextual encontra-se tributária. O filósofo francês denomina-os Princípio de metamorfose, de heterogeneidade, de multiplicidade e de encaixe e escalas, de exterioridade, de topologia, e de mobilidade de centros, sobre os quais se discorrerá de maneira mais cuidadosa na fundamentação teórica do presente trabalho.

Este capítulo sublinha ainda a contribuição dos trabalhos de Gardner, nos quais a inteligência adquire outra dimensão, quando as capacidades lógico-matemática e linguística perdem primazia no reino do saber em favor de uma distribuição afetivo/cognitiva, na qual relevam-se valores pertinentes a cada competência não comparáveis mensuralmente, mas apreciados por sua originalidade. Sob a ótica desse autor, a inteligência expressa-se num espectro de múltiplas competências, incluindo a lógico-matemática e linguística já mencionadas, bem como outras capacidades como a corporal-cinestésica, a espacial, a intrapessoal, a interpessoal e a musical, abordadas mais detidamente no decorrer do trabalho.

Concedendo-nos condições de analisar relações entre distintas competências com maior firmeza, a organização aqui apresentada permite que analogias respirem novos ares e a relação matemática/música conquiste terra firme. A partir da figuração do entretecimento das concepções suprarreferidas, o Capítulo II procura ainda salientar a dinâmica com que o pensamento analógico participa da estrutura apresentada no sentido de contribuir na construção de significados. A fim de perceber resignificações e reconfigurações propiciadas pela estrutura dinâmica teórica apresentada, o Capítulo III investiga a dinâmica de interação entre matemática e música à luz das concepções estabelecidas, e o Capítulo IV comenta algumas das implicações educacionais pertinentes à operacionalização de tais critérios – apoiadas em oficinas de matemática e música já realizadas – e de maneira mais ampla referentes

à formação da estrutura dinâmica de sentimento/pensamento, bem como da identidade individual e coletiva.

Este trabalho intenciona, em especial, revelar o poder das analogias de inseminar afeto no conhecimento distanciado da realidade intrapessoal. Dentro do espaço de significações, pode-se situar o saber em regiões onde a carga afetiva já adquiriu certo nível capaz de tornar o conhecimento sentido, propiciando a assimilação e incorporação de significados relacionados. Tal observação ressoa fortemente com Ricouer ao dizer que sentir é tornar nosso o conhecimento que foi colocado à distância em sua fase de objectivação (Ricouer, 1992, p. 157). Os canais e estratégias considerados para o acesso e (re)construção de significados através do pensamento analógico propiciam condições para efetivamente sentir o conhecimento, fator que julgo imprescindível na conquista do saber.

Tal observação me parece fornecer a recíproca do dizer de Fernando Pessoa:

Quando sinto, penso
(PESSOA, 1987, p. 222)

ao mesmo tempo que ressoa sutilmente em:

O meu sentimento é cinza
Da minha imaginação
E eu deixo cair a cinza
No cinzeiro da razão
(PESSOA, 1987, p. 222)