

**Investigações  
matemáticas e  
investigações na prática  
profissional**

## **COLEÇÃO CONTEXTOS DA CIÊNCIA**

### **Conselho Editorial**

Amílcar Martins (Universidade Aberta – Lisboa)  
Carlos Aldemir Farias da Silva (UFPA)  
Claudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA)  
Emmánuel Lizcano (UNED – Madri)  
Iran Abreu Mendes (UFPA)  
José Willington Germano (UFRN)  
Luis Radford (Universidade Laurentienne, Canadá)  
Maria da Conceição Xavier de Almeida (UFRN)  
Marta Maria Castanho Almeida Pernambuco (UFRN)  
Olival Freire Junior (UFBA)  
Raquel Gonçalves-Maia (Universidade de Lisboa)  
Ricardo Cantoral (Cinvestav– México)  
Roberto Nardi (UNESP – Bauru)  
Sílvia Nogueira Chaves (UFPA)  
Silvio Donizetti de Oliveira Gallo (Unicamp)  
Tadeu Oliver Gonçalves (UFPA)  
Teresa Vergani (Universidade Aberta – Lisboa)  
Terezinha Valim Oliver Gonçalves (UFPA)  
Ubiratan D’Ambrosio (UNIAN-SP)  
Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP)  
Wilma de Nazaré Baía Coelho (UFPA)

JOÃO PEDRO DA PONTE

(com Marisa Quaresma, Joana Mata-Pereira e Neusa Branco)

# Investigações matemáticas e investigações na prática profissional



2017

Copyright © 2017 Editora Livraria da Física  
1ª Edição

**Direção editorial** José Roberto Marinho

**Coordenação geral da Coleção**

**Contextos da Ciência** Carlos Aldemir Farias  
Iran Abreu Mendes

**Revisão** Os autores

**Projeto gráfico** Typodesign  
**Diagramação e capa** Fabrício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

---

Investigações matemáticas e investigações na prática profissional / João Pedro da Ponte...[et al.]. –  
São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. – (Coleção contextos da ciência)

Outros autores: Marisa Quaresma, Joana Mata-Pereira, Neusa Branco.  
Bibliografia  
ISBN 978-85-7861-488-1

1. Matemática - Estudo e ensino 2. Prática de ensino 3. Professores - Formação I. Ponte, João Pedro da. II. Quaresma, Marisa. III. Mata-Pereira, Joana. IV. Branco, Neusa. V. Série.

17-05263

CDD-510.7

---

Índices para catálogo sistemático:  
1. Matemática: Estudo e ensino 510.7

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida  
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.  
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107  
da Lei nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.



Editora Livraria da Física  
[www.livrariadafisica.com.br](http://www.livrariadafisica.com.br)

# Sumário

Apresentação .....	7
<i>Iran Abreu Mendes</i>	
<i>Carlos Aldemir Farias da Silva</i>	
Prefácio .....	11
<i>Dario Fiorentini</i>	
Introdução .....	15
<i>João Pedro da Ponte</i>	
1. Da formação ao desenvolvimento profissional .....	21
<i>João Pedro da Ponte</i>	
2. Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional ..	55
<i>João Pedro da Ponte</i>	
3. Gestão curricular em Matemática.....	103
<i>João Pedro da Ponte</i>	
4. Ações do professor na condução de discussões matemáticas .....	143
<i>João Pedro da Ponte</i>	
<i>Joana Mata-Pereira</i>	
<i>Marisa Quaresma</i>	
5. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática .....	193
<i>João Pedro da Ponte</i>	

6. Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática .....	213
<i>João Pedro da Ponte</i>	
<i>Marisa Quaresma</i>	
<i>Neusa Branco</i>	
7. O papel do contexto nas tarefas matemáticas.....	253
<i>João Pedro da Ponte</i>	
<i>Marisa Quaresma</i>	
8. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória.....	281
<i>João Pedro da Ponte</i>	
<i>Marisa Quaresma</i>	
9. Raciocínio matemático em conjuntos numéricos: uma investigação no 3.º ciclo .....	311
<i>Joana Mata-Pereira</i>	
<i>João Pedro da Ponte</i>	
Os autores.....	363

# Apresentação

*Iran Abreu Mendes  
Carlos Aldemir Farias da Silva*

Há algumas décadas, o professor português João Pedro da Ponte desenvolveu suas atividades de pesquisa e ensino no campo da Educação Matemática, especialmente na formação de professores e na investigação matemática em sala de aula. Dentre os diversos livros do autor, alguns influenciaram as orientações curriculares tanto portuguesas quanto brasileiras para o ensino desta disciplina e para formar contínuas gerações de professores. Entre suas publicações, encontram-se: *Investigações matemáticas na sala de aula* (2003); *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico* (2000); e *Histórias de investigações matemáticas* (1998). Esse último livro expõe uma perspectiva original sobre o conhecimento profissional do professor de Matemática em Portugal. Suas investigações lhe permitiram, também, coordenar a elaboração do Programa de Matemática do Ensino Básico em seu país, em 2007, bem como organizar o relatório sobre a adequação da formação de professores ao *Processo de Bolonha*<sup>1</sup>, que deu origem à legislação portuguesa atual sobre a formação inicial docente.

---

<sup>1</sup> Tal processo visa a construção de um Espaço Europeu do Ensino Superior que promova a mobilidade de docentes, de estudantes e a empregabilidade dos diplomados.

Com ampla experiência no campo da Formação de Professores, coordenou diversos projetos de investigação relacionados à Didática da Matemática e as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no sistema de ensino português, onde tem sido um dos principais impulsionadores do Projeto Minerva, coordenando o polo na Universidade de Lisboa.

Investigador destacado no campo da Educação Matemática internacional, foi professor visitante em várias universidades no exterior. No Brasil, quatro instituições superiores já contaram com sua renomada experiência no seu quadro docente (UFMG, UFPR, Unicamp e Unesp Rio Claro, São Paulo). Na Espanha, as universidades de Barcelona, Granada, Huelva e Salamanca também contaram com sua alçada, além das universidades da Geórgia e de San Diego, nos Estados Unidos da América. Sua investigação focaliza a prática, o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática, com especial atenção ao ensino e a aprendizagem dos números, da Álgebra e do raciocínio matemático. Atua constantemente com a metodologia de investigação em sala de aula, suas potencialidades e condições para a ocorrência de aprendizagem matemática.

Este livro nasceu de um desejo nosso em oferecer ao público brasileiro uma publicação do autor que contemplasse uma visão global de seus estudos e pesquisas. A oportunidade do convite nasceu por ocasião do IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT), ocorrido no fim de junho de 2015 em Ilhéus, na Bahia, quando falamos sobre a ideia de publicar um



livro de sua autoria na coleção *Contextos da Ciência*, sob a nossa coordenação. De imediato, recebemos o aceite.

Após participarmos do SIPEMAT, seguimos viagem de Ilhéus para Salvador, onde participamos do XVI Encontro Baiano de Educação Matemática (EBEM)<sup>2</sup>. Na noite do dia 2 de julho de 2015, um número expressivo de professores lotou o auditório do Hotel Pestana, no Rio Vermelho, para prestigiar a conferência de abertura intitulada “Desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula: o papel das tarefas e da prática profissional do professor”, proferida por João Pedro da Ponte. Ao final da conferência, trocamos ideias e ratificamos o convite de editar o seu livro na *Contextos da Ciência*.

Criada por nós em 2008, a convite de José Roberto Marinho, e editada pela LF Editorial, a coleção já publicou mais de cinquenta títulos de autores brasileiros e estrangeiros, contribuindo sobremaneira para a divulgação e a valorização das ideias científicas, enriquecendo, igualmente, a reflexão sobre o debate acadêmico nas diversas áreas de conhecimento.

Neste livro, escrito em colaboração com Marisa Quaresma, Joana Mata-Pereira e Neusa Branco, os autores apresentam reflexões relevantes sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, gerados a partir de suas investigações. Abordam fundamentos e princípios concernentes à formação docente, que admitem o professor como investigador de sua própria prática e de seu processo de

---

2 Nesse evento, o professor Iran Abreu Mendes proferiu a conferência de encerramento intitulada “A problematização como matriz didática da formação de professores que ensinam Matemática”.

desenvolvimento profissional. Os enfoques descritos ampliam, descrevem, problematizam e redimensionam processos e dimensões da formação docente e das práticas de ensinar e aprender Matemática, sob a perspectiva do desenvolvimento profissional e da gestão curricular dos professores.

Trata-se de uma publicação que certamente instigará novas reflexões ao oferecer encaminhamentos para a realização de trabalhos a serem postos em prática pelos professores e pelos formadores de professores de Matemática. Constitui-se um tema relevante que pode ser tratado tanto na formação inicial e continuada de professores que ensinam esta disciplina, bem como em cursos de pós-graduação em Educação e em Educação Matemática, pois sua contribuição teórica e metodológica à pesquisa apresenta como campo de estudo a formação docente e as práticas de ensinar e aprender Matemática na escola e na universidade.

UFPA, Belém do Pará, 2017.

# Prefácio

*Dario Fiorentini*

Os estudos e trabalhos do educador e pesquisador português João Pedro da Ponte, do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, há muito tempo vem exercendo grande influência nos rumos das práticas formativas e investigativas brasileiras sobre o professor de matemática. Suas publicações, que somam, até o ano de 2016, mais de 300 trabalhos em periódicos científicos, livros e capítulos de livro ou Anais de Congressos, têm se tornado, desde os anos de 1990, a principal referência das pesquisas brasileiras que têm o professor que ensina matemática como campo de estudo.

Portanto, foi com grande alegria e entusiasmo que recebemos a notícia de que os coordenadores da Coleção Contextos da Ciência, publicada pela Editora *Livraria da Física*, tomaram a iniciativa de editar uma coletânea especial de textos importantes deste autor, que abordam, problematizam e teorizam aspectos relativos ao professor de matemática, com destaque para sua formação, seu desenvolvimento profissional e suas práticas letivas e curriculares.

Os três capítulos iniciais do livro resgatam três trabalhos que se tornaram clássicos da literatura de língua portuguesa, pois trazem os fundamentos e princípios

básicos do **professor como investigador de sua prática** e principal protagonista da **gestão curricular** e de seu processo de **desenvolvimento profissional**. Essa perspectiva representa uma virada epistemológica e paradigmática em relação aos processos tradicionais de formação docente baseados na racionalidade técnica e geralmente organizados a partir de cursos e programas preparados e ministrados por quem pouco conhece e valoriza as práticas culturais e pedagógicas vigentes das escolas.

Os seis capítulos seguintes são mais recentes e ainda pouco conhecidos pela comunidade brasileira de educadores matemáticos. Trata-se de estudos igualmente importantes porque ampliam, descrevem, problematizam e redimensionam – a partir da análise de práticas diversas, desenvolvidas em colaboração com suas orientandas de doutoramento (Marisa Quaresma, Joana Mata-Pereira e Neusa Branco) – processos e dimensões importantes da formação docente e das práticas de ensinar e aprender matemática, sob a perspectiva do desenvolvimento profissional e da gestão curricular dos professores.

Dentre os múltiplos aspectos tratados e analisados nesses seis capítulos, destacamos como relevantes para o contexto brasileiro: a importância de o professor de matemática promover/conduzir, em suas aulas, **discussões matemáticas** (capítulo 4); a importância de selecionar ou preparar boas **tarefas** (desafios matemáticos) para as aulas de matemática (capítulo 5); priorizando tarefas abertas de natureza **exploratória ou investigativa** (capítulo 6); o papel do **contexto das tarefas matemáticas** e sua implicação na aprendizagem discente (capítulo 7); as possibilidades e

potencialidades das **tarefas sob uma abordagem exploratória** (capítulo 8) ou **investigativa** (capítulo 9) no desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes, principalmente no contexto dos conjuntos numéricos.

Em síntese, trata-se de uma obra relevante que pode ser utilizada tanto na formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática como, também, em cursos de pós-graduação em Educação e em Educação Matemática, haja vista sua contribuição teórica e metodológica à pesquisa que tem como foco ou campo de estudo a formação docente e as práticas de ensinar e aprender matemática na escola e na universidade.

FE/Unicamp  
Campinas, janeiro 2017.



# Introdução

*João Pedro da Ponte*

O presente livro constitui uma coletânea de textos, uns de natureza mais acentuadamente teórica, apresentando e ilustrando ideias relevantes para o ensino-aprendizagem da educação matemática, outros de natureza empírica, relatando estudos de investigação realizados em sala de aula. Os trabalhos estão agrupados em dois grandes temas – em primeiro lugar, o desenvolvimento profissional, gestão curricular e investigação na prática docente e, em segundo lugar, as tarefas, investigações e explorações matemáticas e raciocínio. A seleção destes dois temas procura salientar dois campos que me têm interessado ao longo dos anos, dando ao mesmo tempo especial destaque a trabalhos recentes, possivelmente menos conhecidos da maioria dos leitores.

Assim, os primeiros quatro capítulos têm o seu foco no professor. No que respeita à sua formação, pareceu-me necessário retomar um trabalho (de 1998) onde discuto as relações entre formação e desenvolvimento profissional e analiso diversas dimensões do conhecimento profissional docente e outro trabalho (de 2004) que aborda questões relativas à investigação dos profissionais (nomeadamente os professores) sobre a sua própria prática. Apresento, ainda, um trabalho sobre gestão curricular (de 2005) que

trata diversas ideias que considero importantes sobre a noção de tarefa e discute o modo como o professor planeja e conduz a sua prática docente no dia a dia profissional, dando corpo à sua própria autoria do que se pode chamar de “currículo em ação”. Um dos aspectos importantes deste trabalho é a caracterização da “abordagem exploratória”, concretizada, por exemplo, pela “aula em três fases”, abordagem que tem vindo a ganhar crescente aceitação em muitos países. Estes três textos, todos anteriores a 2012, são aqui retomados por apresentarem dimensões que se tornam necessárias para compreender os trabalhos mais recentes.

Ainda no que respeita a questões relacionadas com a prática profissional do professor, a primeira parte do livro inclui um quarto capítulo (já de 2013) sobre as ações do professor na condução de discussões matemáticas. Trata-se, de algum modo, de um desenvolvimento do capítulo anterior, que já sinalizava a importância do momento de discussão na sala de aula como fundamental no ensino-aprendizagem da Matemática.

Na segunda parte do livro o foco está em questões curriculares, sendo todos os capítulos do período 2012-14. Especial atenção merece a noção de tarefa, com destaque para as investigações e explorações matemáticas e o raciocínio matemático. Assim, o capítulo 5 (de 2014) debruça-se mais uma vez sobre a noção de tarefa, retomando e aprofundando, agora num registo mais teórico, ideias já avançadas no capítulo 3. O capítulo 6 (de 2012) dá especial atenção a dois tipos de tarefa que me parece fundamental serem valorizadas no ensino da Matemática – as tarefas



de exploração e de investigação. O capítulo seguinte (de 2012) dá especial atenção ao papel do contexto nas tarefas matemáticas. Finalmente, os capítulos 8 e 9 (de 2014 e 2012) debruçam-se sobre dois aspectos muito importantes relacionados com as tarefas – as representações matemáticas e as suas potencialidades para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos.

O leitor encontrará algumas repetições e, provavelmente, inconsistências entre diversos capítulos deste livro. Na sua publicação original, alguns são artigos em revistas científicas, outros publicações em atas de encontros científicos ou profissionais, outros ainda capítulos de livros também de cunho científico ou profissional. Na sua revisão para publicação neste livro procurei atenuar umas e outras, mas tenho consciência que, por vezes, isso não terá sido completamente conseguido. Sobretudo, foi minha preocupação garantir que cada capítulo mantivesse a sua intenção e unidade original. Para facilitar a navegação, foram acrescentadas notas em diversos capítulos que sinalizam onde determinado assunto é retomado e aprofundado em capítulos posteriores.

O meu principal objetivo foi disponibilizar ao leitor brasileiro sobretudo trabalhos recentes, onde se destaca uma análise do papel curricular de tarefas de investigação e exploração, ao mesmo tempo que se tem em atenção o modo como estas tarefas podem ser trabalhadas na sala de aula de forma a que possam proporcionar todo o seu potencial para a aprendizagem da Matemática. Na oportunidade, alguns trabalhos de períodos anteriores foram igualmente convocados, de modo a dar enquadramento e

solidez ao conjunto. Terei atingido o meu objetivo, se o livro estimular novas reflexões e, quiçá, pistas de trabalho aos professores e formadores de professores de Matemática.

Alguns destes capítulos, nomeadamente a maioria dos mais recentes, foram escritos em colaboração com as coautoras Marisa Quaresma, Joana Mata-Pereira e Neusa Branco, na altura doutorandas do programa de Didática da Matemática do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Ao longo do meu percurso profissional sempre valorizei muito o trabalho de colaboração e apraz-me registar a fantástica relação que pudemos estabelecer, e que não só se revelou muito produtiva do ponto de vista científico e profissional, como foi muito gratificante do ponto de vista pessoal.

## **Artigos e capítulos originais**

### **Desenvolvimento profissional, gestão curricular e investigação na prática docente**

Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In *Actas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2004). Investigar a nossa própria prática: Uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. In E. Castro & E. Torre (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 61-84). Coruña: Universidad da Coruña.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-81.

## **Tarefas, investigações matemáticas e raciocínio**

Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 13-27). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática. *Educação Matemática Em Foco*, 1(1), 9-29.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interações*, 22, 196-216.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2014). Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. *Uni-Pluri/Versidad*, 14(2), 102-114.

Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2012). Raciocínio matemático em conjuntos numéricos: Uma investigação no 3.º ciclo. *Quadrante*, 21(2), 81-110.

