

Uma imersão na
computação através da sua
evolução histórica
COM ALGORITMOS

Elementos de Programação
para Físicos, Cientistas e Engenheiros
**Da Computação Primitiva
à Charles Babbage**





Uma imersão na
computação através da sua
evolução histórica
COM ALGORITMOS

Elementos de Programação
para Físicos, Cientistas e Engenheiros
**Da Computação Primitiva
à Charles Babbage**

Regiane Aparecida Ragi Pereira



2024

Copyright © 2023 Regiane Aparecida Ragi Pereira
1ª Edição

Direção editorial: José Roberto Marinho

Capa: Fabrício Ribeiro

Revisor técnico: Murilo Araujo Romero

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Pereira, Regiane Aparecida Ragi
Uma imersão na computação através da sua evolução histórica com algoritmos: elementos de
programação para físicos, cientistas e engenheiros da computação primitiva à Charles Babbage:
volume 1 / Regiane Aparecida Ragi Pereira. – São Paulo: Livraria da Física, 2023.

Bibliografia.
ISBN 978-65-5563-400-6

1. Babbage, Charles, 1791-1871 2. Ciência da computação - História 3. Linguagem de programação
(Computadores) 4. Modelos matemáticos I. Título.

23-182159

CDD-004

Índices para catálogo sistemático:
1. Ciência da computação 004

Tábata Alves da Silva - Bibliotecária - CRB-8/9253

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107
da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



EDITORIAL

Editora Livraria da Física
www.livrariadafisica.com.br
(11) 3815-8688 | Loja do Instituto de Física da USP
(11) 3936-3413 | Editora

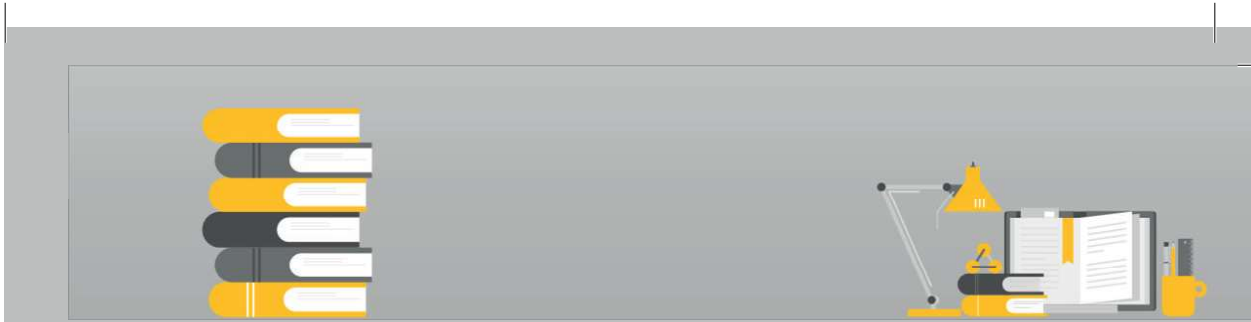
Este livro é dedicado a todos os estudantes, de todos os tempos, que têm por ideal, aprender sempre, e sempre mais.



Sumário

Introdução.....	9
A confusão entre o termo computação e a imagem do computador moderno.....	9
Desfazendo a confusão	9
Explicando o conteúdo deste livro.....	9
A introdução ao Pensamento Computacional.....	10
O problema em somente apertar botão	10
O uso de plataformas computacionais modernas como recurso didático	10
Sobre os assuntos tratados em cada capítulo	11
Capítulo 1 – A Computação Primitiva.....	15
Discussões iniciais	15
As primeiras contagens.....	18
Algoritmo.....	19
Tábuas de contagem e o ábaco	22
Tabelas Matemáticas na Antiguidade.....	24
Um computador na Grécia Antiga?	26
A introdução da aritmética hindu-arábica.....	27
O Sistema Decimal e o SNVP	28
Tabelas Matemáticas Modernas	31
O Método da Prosthaphaeresis	38
Notações Numéricas	41
Que formato usar?.....	47
Capítulo 2 - A Revolução dos Logaritmos	55
John Napier e os logaritmos	55
Henry Briggs e suas tabelas de logaritmos.....	57
A concepção do Método dos Logaritmos de Napier	58
Cálculo dos Logaritmos usando-se Tabelas de Logaritmos	60
Algoritmo para Multiplicação e Divisão usando-se Logaritmos	63
A régua de Gunter.....	64
A régua de cálculo	68
Por que estudamos os logaritmos?.....	75
Ossos de Napier	75
Capítulo 3 – A Revolução das Máquinas Mecânicas	83
Quem viu a Calculadora Mecânica de Schickard?	83

A Pascaline.....	86
Elaboração do Pensamento Computacional.....	87
Dividir e conquistar.....	89
Subtração pelo Método do Complemento dos Nove.....	92
Leibniz e sua máquina de calcular mecânica.....	98
E logo surgiram os Imitadores.....	99
Capítulo 4 – Leibniz e o sistema de numeração binário.....	103
Redescobrimo Leibniz.....	104
Representações numéricas e sistemas de numeração.....	104
Contagem decimal.....	106
O Sistema Binário.....	107
Contagem Binária.....	107
Conversões Binário-Decimal.....	108
Conversões Decimal-Binário.....	109
A aritmética binaria de Leibniz.....	110
Exemplos práticos de sistemas binários no contexto moderno.....	111
Máquina binária de somar de bolinha de gude de Leibniz.....	114
Capítulo 5 – O legado de Charles Babbage.....	119
O problema dos erros nas Tabelas Matemáticas e Babbage.....	120
A modelagem matemática de problemas.....	121
Modelando a realidade – problemas lineares.....	123
Construindo Tabelas Matemáticas pelo método convencional.....	138
Construindo Tabelas Matemáticas pelo Método das Diferenças Constantes.....	140
Por que Babbage queria uma calculadora para funções polinomiais?.....	147
A Máquina Diferencial 1.....	153
A Máquina Analítica.....	156
Máquina Diferencial 2.....	173
Calculadora x Computador.....	174
Bibliografia.....	179



Introdução

A confusão entre o termo computação e a imagem do computador moderno

Desde o princípio de sua caminhada pelo planeta, homens e mulheres se depararam com problemas de computação, ainda que, nos primórdios, possamos agrupá-los na denominação computação primitiva. Em contraste, a computação dos tempos modernos engloba inúmeros processos matemáticos complexos, questões relacionadas ao armazenamento de dados, acesso, tratamento de dados etc., num contexto muito mais amplo e significativo. Na atualidade, a computação está muito presente em nossas vidas, enraizada em nossos costumes, e fazendo parte de inúmeras tarefas do cotidiano. Talvez por essa razão, muitas pessoas, erroneamente, associam a palavra computação, apenas, com a imagem de um computador moderno. Mas isso é um equívoco, pois a execução de tarefas que possam ser identificadas como “computacionais” é imensamente mais antiga. Ainda que nos tempos atuais possa parecer estranho falar em computação sem pensar em laptops, smartphones, tablets etc., é exatamente isso que intencionamos neste livro, mostrando que o termo computação vai muito além de circuitos e processadores eletrônicos, embora, obviamente, esteja fortemente identificado com eles. Pretendemos nesse livro desfazer essa associação. Mas como?

Desfazendo a confusão

O termo computação é muito geral, abrangendo um amplo espectro de atividades, e que teve sua origem nas necessidades matemáticas do cotidiano das sociedades antigas, ao realizarem operações aritméticas básicas, para as mais diversas finalidades, no período da computação primitiva. Ao longo do tempo, o conceito evoluiu, até as formas mais complexas de computação moderna, resultando nas facilidades tecnológicas que conhecemos na atualidade. Entender o alcance do seu significado ajuda a desfazer a confusão, em geral, estabelecida. No decorrer da sua evolução histórica, diferentes formas de computação foram desenvolvidas por homens e mulheres, em vista das limitações impostas pelo estágio tecnológico em que se encontravam, em cada momento histórico. O entendimento de como se deu essa evolução nos permite compreender melhor o seu significado, em seus mais diversos matizes.

Explicando o conteúdo deste livro

Neste livro, discutimos a evolução histórica da Computação, visando colocar em foco diversos temas importantes, os quais podem se constituir no conteúdo de um curso de Elementos para Programação, ou seja, um conjunto de assuntos reunidos, que fornecem uma preparação para um curso mais específico em Linguagens de Programação, e auxiliam no desenvolvimento das habilidades necessárias para a atividade de programar. Quando consideramos a evolução histórica da Computação, tendo em conta o período anterior à disponibilidade dos computacionais modernos, percebemos que muitas das ferramentas de cálculo desenvolvidas no passado para resolver problemas matemáticos, tornam-se bons exemplos em problema que podem ser estudados para proposição de soluções por meio de algoritmos. Como muitas das ferramentas de computação, apresentadas ao longo dos capítulos, favorecem processos de cognição e permitem uma participação ativa de quem efetua os cálculos, aproveitamos para introduzir um dos tópicos mais importantes requeridos em cursos de Programação, o desenvolvimento do pensamento computacional, com inúmeros exemplos,

os quais permitem mais fácil familiarização com os procedimentos de matematizar problemas, e construir algoritmos.

A introdução ao Pensamento Computacional

Num primeiro estágio da elaboração do pensamento, aprendemos o que outras pessoas fizeram. Depois, com o exercício e a prática constante, formamos nossa própria forma de elaborar soluções. Quanto mais colecionarmos esquemas mentais de resolução de problemas, dispo de fontes variadas do conhecimento, mais aumentamos nosso repertório-base e fortalecemos nossa capacidade de resolver problemas. Neste livro, para alcançar os objetivos de traçar uma proposta eficiente para o desenvolvimento do pensamento computacional, baseamo-nos em estratégias que estimulam o desenvolvimento do pensamento lógico, reforçando a percepção de que a análise de problemas matemáticos, e o estudo de propostas e técnicas de como enfrentá-los, nos ajudam nessa direção.

O problema em somente apertar botão

Os dispositivos eletrônicos da atualidade por vezes podem parecer um milagre tecnológico, e o seu desenvolvimento possibilitou criações nunca imaginadas antes. Todavia, o seu uso na educação precisa ser cautelosamente orquestrado, inclusive nas temáticas de matemática e computação, onde alguns temas importantes podem, por vezes, ficar obscurecidos por tantos recursos computacionais. Para estarmos aptos a propor soluções para os mais variados problemas que surgem a vida acadêmica ou profissional, precisamos, antes de tudo, aprender a organizar o pensamento. Pensar matematicamente. Pensar computacionalmente. Um cuidado, porém, é necessário. A utilização irrefletida de um software, com o mero apertar de teclas nas telas de computadores e celulares, sem reflexão sobre os processos matemáticos envolvidos, nem sempre desenvolve as capacidades de cada um e não favorece o desenvolvimento da intuição, da lógica e da criatividade, tão necessárias. Embora tarefas automatizadas (o “apertar botão”) possam ter relevância em diversas situações e lugares, devemos ter em mente que o desenvolvimento do pensamento matemático e computacional, se dá, preferencialmente, a partir da prática frequente de rotinas matemáticas na resolução de problemas. Por isso, devemos sempre estar atentos ao usar os recursos computacionais na educação, tirando o máximo proveito dessas ferramentas, de forma a fortalecer os processos de ensino-aprendizagem, da lógica e do raciocínio estruturado.

O uso de plataformas computacionais modernas como recurso didático

As plataformas computacionais modernas, tais como Maplesoft, Mathematica, MatLAB, Geogebra, etc., disponíveis atualmente para a realização de cálculos computacionais, em geral, permitem uma interação muito fácil com o usuário, por meio do uso de uma notação muito próxima daquela que comumente empregariamos nos cálculos à mão. Por esta razão, eles se transformam em uma excelente ferramenta de iniciação para cursos de programação mais avançados, ao mesmo tempo em que podem auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de diversos conteúdos, das disciplinas dos cursos de graduação e pós-graduação, em física, química, biologia, arqueologia, matemática, administração, engenharia etc. Além disso, caso seja necessário, muitas destas plataformas também dispõem da possibilidade de programação numérica, num ambiente muito mais amigável, possibilitando que tanto a computação algébrica como a computação numérica possam ser utilizadas, de forma intuitiva, no mesmo ambiente computacional. Facilitada por uma plataforma computacional amigável e interativa, a realização de cálculos, tanto simbólicos (algébricos), quanto numéricos, por meio dessas ferramentas motivam e tornam as aulas amais dinâmicas e interessantes. Dependendo dos objetivos propostos, linguagens computacionais, tais como, Fortran Pascal, C, Java, Python, etc., podem ser adotadas em paralelo. Neste livro, para efeitos ilustrativos, usamos o Maplesoft como ferramenta de computação algébrica. Entretanto, o professor ou o estudante, podem utilizar a plataforma computacional que for mais conveniente para os objetivos do curso. Os problemas desta obra são elaborados para serem resolvidos indiferentemente da plataforma computacional escolhida.

Sobre os assuntos tratados em cada capítulo

Para finalizar, discorreremos, a seguir, sobre os assuntos tratados nesse volume, em cada capítulo, de forma resumida.

Capítulo 1 – A Computação Primitiva

No Capítulo 1, vamos discutir a computação nos tempos primitivos, desde o período Paleolítico, com o surgimento das primeiras operações aritméticas nas atividades cotidianas, exemplificando este desenvolvimento com base em amostras de objetos, em exposição em museus e universidades, em todo o mundo. Nesta excursão histórica, na medida em que homens e mulheres foram evoluindo em suas tarefas intelectuais, foi progressivamente surgindo a necessidade de aprimorar os métodos de cálculo. Neste sentido, a introdução da aritmética Hindu-Arábica, nos séculos VI ou VII, levou a Humanidade a um novo patamar intelectual, permitindo o desenvolvimento de tabelas matemáticas mais avançadas e permitindo a extraordinária concepção do método da Prosthapharesis (MP). Enquanto discutimos a evolução histórica, aproveitamos para introduzir o conteúdo básico de um curso de Elementos para Programação, destacando diversos tópicos importantes, que constituem num pré-requisito auxiliar de formação para uma disciplina em linguagens de programação. Buscando atingir esse objetivo, neste capítulo, introduzimos alguns tópicos importantes: a concepção de algoritmo, o conceito de sistema de numeração de valor posicional (SNVP) e notações numéricas. Ao longo do capítulo, exemplos permitem entender o mecanismo por trás de algumas das ferramentas matemáticas apresentadas. Em seguida, o foco passa ao algoritmo correspondente ao método da Prosthapharesis (MP), que apresentamos em detalhes e aplicamos, em diversos exemplos. Como recurso adicional, é possível lançar mão de ferramentas computacionais modernas para resolver os problemas propostos ao longo do capítulo. Conforme mencionado anteriormente, neste livro optamos por usar o Maplesoft como ferramenta de computação algébrica. Entretanto, quaisquer outras plataformas similares são também adequadas.

Capítulo 2 – A Revolução dos Logaritmos

O capítulo 2 discute a concepção de uma ferramenta matemática ainda mais extraordinária do que o método da Prosthapharesis (MP), o método dos logaritmos de Napier (MLN), proposto por John Napier (1550-1617). O método é baseado no uso de algoritmos para realizar operações aritméticas, incluindo quaisquer multiplicações e divisões, por meio de tabelas de logaritmos. No capítulo, discutimos como essa ferramenta matemática poderosa originou um instrumento de computação mecânica espetacular, a Régua de Cálculo, que se tornou um dispositivo essencial, para cientistas e engenheiros, por centenas de anos, até o advento das calculadoras eletrônicas. Finalmente, apresentamos um outro dispositivo muito importante para o desenvolvimento histórico da computação, introduzido, também, por Napier (1550-1617), nos seus últimos anos de vida, os Ossos de Napier, estudando o algoritmo empregado nesta invenção. Assim como no capítulo anterior, todos os algoritmos estudados podem ser implementados como exercícios de programação.

Capítulo 3 – A Revolução das Máquinas Mecânicas

No capítulo 3, vamos discutir a invenção das primeiras máquinas mecânicas voltadas para a realização de cálculos aritméticos: a máquina de calcular de Schickard e a Pascaline de Pascal. Essas máquinas, embora ainda muito incipientes, trazem um aspecto muito importante do desenvolvimento tecnológico: a percepção de que seria possível usar uma máquina para executar tarefas matemáticas. Neste contexto, introduzimos a forma de organização daquilo que pode ser chamado de pensamento computacional, uma forma de atacar e resolver problemas, dividindo-os em tarefas menores, para tornar mais fácil atingir uma solução. Com base nessa premissa, exemplificamos como Pascal implementou a operação de subtração na Pascaline. Ao invés de executar a subtração pelo usual método do complemento dos nove (SMCN), Pascal transformou a operação de subtração, complicada para ser executada em sua máquina, em uma forma simples de operação aditivas. Para finalizar o capítulo, discutimos também como o calculador escalonado (*stepped reckoner*, na literatura em

inglês) de Leibniz, foi, por mais de duzentos anos, a referência para que os fabricantes de calculadoras mecânicas pudessem atender a demanda por formas eficientes de cálculo aritmético, trazidas pela expansão da indústria e do comércio bem como pelo crescimento populacional e dos níveis de escolaridade.

Capítulo 4 – Redescobrimo Leibniz

No Capítulo 4, discutimos a contribuição de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), para o desenvolvimento da matemática binária, contribuição esta que ficou por muito tempo esquecida, sendo redescoberta apenas muito recentemente. Neste capítulo, em um tributo ao trabalho de Leibniz, vamos discutir de que forma ele formalizou o sistema de numeração binário, em um artigo científico denominado “*Explication de l’Arithmétique Binaire*”. Neste artigo Leibniz apresentou a aritmética binária, a qual ele acreditava apresentar vantagens sobre o sistema de numeração decimal. Leibniz estava certo, estando cerca de trezentos anos adiantado, uma vez que o sistema numérico binário se tornou um dos desenvolvimentos mais importantes da história da tecnologia, sendo fundamental para o início da tecnologia de computação eletrônica. Aproveitamos os temas tratados e discutimos também os seguintes tópicos: representações numéricas e sistemas de numeração, o sistema binário, conversões decimal-binário, binário-decimal e aritmética binária, incluindo operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Exemplos práticos de sistemas binários, no contexto moderno, também são discutidos.

Capítulo 5 – O Legado de Charles Babbage

No Capítulo 5, vamos discutir as necessidades matemáticas que surgiram como resultado dos grandes desenvolvimentos trazidos pela Revolução Industrial. No século XIX, a tecnologia disponível nas fábricas da Europa e América do Norte já era capaz de produzir calculadoras mecânicas eficientes, para realização das operações aritméticas básicas. Todavia, um outro tipo de necessidade matemática surgiu: a produção de tabelas matemáticas. Neste contexto, discutimos a problemática de produzir tabelas matemáticas a partir de processos puramente manuais, o que inevitavelmente gerava alguns valores com erros. Um personagem central aqui se destaca, o britânico Charles Babbage, que trabalhou em projetos de automação do processo de produção de tabelas matemáticas, realizando contribuições muito significativas para o campo da computação. Babbage inventou três mecanismos, a máquina diferencial 1, a máquina analítica e a máquina diferencial 2, listadas aqui na ordem sequencial em que foram criadas, representando as diferentes fases de evolução de suas ideias. Discorreremos brevemente sobre cada uma dessas máquinas, ao longo do capítulo. Neste capítulo também discutimos o avanço tecnológico que as máquinas de Babbage representaram, frente as máquinas mecânicas de cálculo aritmético desenvolvidas até sua época. Enquanto apresentamos a evolução histórica da computação, aproveitamos para introduzir uma discussão sobre a modelagem matemática de problemas e a importância do uso de funções polinomiais para a resolução de problemas diversos. Neste Volume, estamos interessados, particularmente, em dois tipos de problemas: os que envolvem solução analítica exata, os quais vamos abordar neste capítulo, e aqueles que abrangem solução analítica aproximada, que serão estudados no Capítulo 6. Os problemas cuja solução só pode ser obtida por métodos numéricos, serão tratados no Volume 2. Também, contrastamos dois tipos de procedimentos usados para calcular (ou tabelar) funções polinomiais: (1) um procedimento matemático executado de forma manual, ou convencional, com (2) um procedimento matemático, chamado método das diferenças constantes (MDC), que pode ser automatizado e implementado por uma máquina. Um algoritmo para o MDC é apresentado e exemplos de aplicação do MDC para tabelar funções polinomiais são discutidos. Adicionalmente, discutimos também porque Babbage buscou tão intensamente construir uma calculadora de funções polinomiais. Em seguida, lançamos mão de uma ferramenta matemática muito importante para cálculos de inúmeras funções matemáticas transcendentais, mesmo num contexto onde estão ausentes os recursos computacionais modernos: as Séries de Newton-Taylor. Por último, mas não menos

importante, discutimos as contribuições de uma outra personagem muito influente para o desenvolvimento da computação, a matemática Ada Lovelace, que aponta, com propriedade, os elementos de programação pertinentes à máquina analítica de Babbage. Com esse ponto de partida, conduzimos nossas discussões sobre recursos de programação, destacando estruturas de controle sequencial, condicional e de *looping*, presentes tanto na computação moderna quanto na máquina de computação de Babbage. Exemplos diversos, abrangendo várias aplicações e usando essas estruturas, são estudados e algoritmos são desenvolvidos.





Capítulo 1 – A Computação Primitiva

Neste capítulo, vamos discutir a computação nos tempos primitivos, desde o período Paleolítico, com o surgimento das primeiras contagens nas atividades diárias, exemplificando estas atividades com base em amostras de objetos disponíveis em museus e universidades, ao redor do mundo. Nesta excursão histórica, na medida em que o ser humano foi evoluindo em suas tarefas intelectuais, descrevemos a necessidade de aprimorar os métodos de cálculo. A introdução da aritmética Hindu-Arábica na Índia no século VI ou VII, levou a Humanidade a um novo patamar, permitindo o desenvolvimento de tabelas matemáticas mais avançadas e levando à extraordinária concepção do método da Prosthapharesis (MP). Simultaneamente, introduzimos a ideia de algoritmo e os conceitos de sistema de numeração de valor posicional (SNVP) e notações numéricas. Suplementamos o capítulo com exemplos simples, que permitem entender a operação algumas das ferramentas matemáticas apresentadas. Paralelamente, como recurso adicional, lançamos mão de ferramentas computacionais modernas, hoje tão vastamente disponíveis para resolver problemas em física, ciências e engenharia. Neste livro optamos por utilizar o Maplesoft, porém, o estudante ou o professor, podem escolher a plataforma computacional que desejarem, para servir de suporte no decorrer dos tópicos abordados.

Ao completar este capítulo, você estará apto a:

- Explicar o que denominamos Computação Primitiva.
- Experimentar técnicas matemáticas para contornar as dificuldades de realização de cálculos computacionais sem a utilização das ferramentas computacionais modernas.
- Entender as várias razões para o desenvolvimento da computação.
- Compreender o nosso passado histórico-matemático, e como esse conhecimento pode nos trazer *insights* interessantes, com aplicabilidade no mundo moderno.
- Descrever os dispositivos de cálculo mais comumente disponíveis no período da Computação Primitiva.
- Compreender o salto intelectual que representou a introdução da aritmética hindu-arábica no período da computação primitiva.
- Aprender a utilizar tabelas matemáticas.
- Construir algoritmos para diversos tipos de problemas, incluindo o algoritmo do método da Prosthapharesis.
- Compreender a concepção do Método da Prosthapharesis, e seu papel no desenvolvimento computação.
- Compreender com profundidade o sistema decimal, o sistema de numeração de valor posicional e as diferentes notações numéricas.

Discussões iniciais

A dificuldade natural do ser humano na realização das operações aritméticas básicas, especificamente, a multiplicação, motivaram, desde há muito tempo, homens e mulheres, a procurarem por formas de aprimorar as técnicas de cálculo. Isto faz com que ser humano pareça ter sido quase que programado para evoluir constantemente, e como resultado, busca, de forma contínua, por melhores condições, em diversas áreas de sua vida. No início, preocupado com a sua própria sobrevivência, desenvolveu ferramentas que garantissem mais segurança e suprissem as necessidades mais prementes. Ao longo de sua evolução, foi sofisticando cada vez mais as suas necessidades. Nos

tempos modernos, a humanidade nem mesmo se dá conta de como foi o início dessa jornada pelo planeta. Em todo esse cenário, as atividades de computação estiveram presentes, e, o seu desenvolvimento trouxe para nós, nos dias atuais, progressos inimagináveis. Curioso observar que a sede de aprimorar sua condição de vida, permanece, invariavelmente, em todos os períodos da humanidade, e poderíamos dizer que a força motriz, que moveu o ser humano, dando os primeiros passos no estágio da computação primitiva, é a mesma que o impulsiona, atualmente, buscando, por facilidades computacionais, cada vez mais avançadas. De todo modo, o ponto de partida para o desenrolar de muitos desenvolvimentos computacionais, foi a dificuldade de realização da multiplicação, uma operação aritmética muito presente nas atividades diárias, e que exige esforço considerável, principalmente em situações que precisam ser realizadas repetidamente. Para termos uma ideia melhor do que queremos dizer, considere o Exemplo 1.

Exemplo 1

Suponha, que se deseje efetuar a seguinte multiplicação, 36×12 , usando as ferramentas matemáticas aprendidas na escola elementar. Faça essa multiplicação em uma folha de papel, à mão, e depois retorne ao texto, para reflexões subsequentes. PARE A LEITURA AQUI.

Apesar da simplicidade da questão, ela nos remete a algumas reflexões com respeito à computação. O resultado dessa multiplicação é 432. Quanto tempo, em geral, levamos para concluir um cômputo, como este, à mão? Pode-se levar tempos típicos, de 10 a 15 segundos. Na verdade, esse cálculo é bem rápido. Todavia, imagine ter que realizar um número imenso de cálculos desse tipo, num único dia, num banco, escritório, laboratório, ou mesmo no comércio. Uma pessoa qualquer, nos tempos modernos, teria ideia da quantidade de operações aritméticas que são realizadas numa simples consulta de um extrato bancário? Sem o auxílio de equipamentos de computação eficiente, esses trabalhos seriam realizados de forma muito lenta, próprio, de um estágio de computação primitiva. Além disso, dada a natureza humana, esse tipo de trabalho logo se torna muito sujeito a erros, infelizmente, inevitáveis. E, quando os números envolvidos na multiplicação são muito grandes, o cenário é ainda. Considere, agora, o Exemplo 2.

Exemplo 2

Cronometre o tempo que leva para calcular, à mão, a seguinte multiplicação:

$$456.723.435 \times 12.345.679.$$

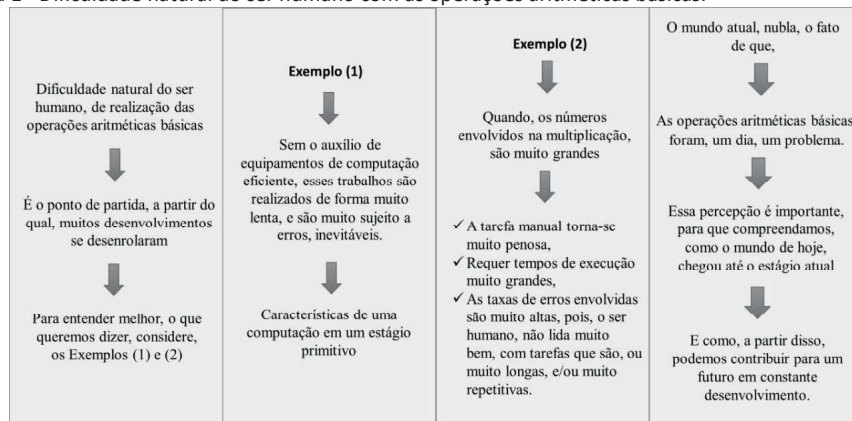
Tente efetuá-la, antes de prosseguir com o texto, e depois, retorne, para reflexões subsequentes. PARE A LEITURA AQUI.

- (a) Houve erros durante o processo?
- (b) Estime o número de operações mentais necessárias para a realização desse cálculo.
- (c) Quanto tempo leva um computador moderno para fazer essa mesma operação?

O valor dessa multiplicação é 5.638.560.920.287.365. Mais de cinco quatrilhões. Além de representar uma tarefa muito cansativa, atividades computacionais como a apresentada no Exemplo 2, podem consumir tempo excessivo de realização. Ademais, as taxas de erros envolvidas nesse tipo de tarefa são muito altas, uma vez que, o ser humano não lida muito bem, com tarefas que são, ou muito longas, e/ou muito repetitivas. No entanto, apesar de tudo isso e, talvez, por estarmos imersos num mundo de constantes inovações tecnológicas, não nos damos conta, que um dia, a realização de operações aritméticas básicas, fora, de fato, um problema. Essa percepção, todavia, é importante, para que compreendamos, como o mundo de hoje, chegou até o estágio atual, o que não foi senão baseado nas escolhas que fizemos no passado. E se queremos promover grandes empreendimentos no futuro,

precisamos fazer as escolhas certas no momento presente, aprendendo com os erros e acertos do passado.

Figura 1 - Dificuldade natural do ser humano com as operações aritméticas básicas.



Fonte: Própria (2022)

Neste tópico, um questionamento comum, surge: Para que estudarmos questões simples relacionadas à computação, já, há tanto tempo, superadas? Afinal, nossos dispositivos eletrônicos não fazem tudo em uma fração de segundos? Lamentavelmente, temos a tendência natural de descartar o passado, como se o passado, fosse algo totalmente sem importância. Mas, contrariamente, é possível aprender muito com ele, até mesmo com insucessos, pois tal conhecimento nos permite evitar errar novamente, e nos dão a chance de explorar novos caminhos, ainda não visitados. Muitos conhecimentos foram perdidos ao longo da história da Humanidade. Conhecimentos estes que poderiam nos ajudar a olhar para direções diferentes. Compreender o passado no prepara para enfrentar novos desafios, nos torna aptos a propor nossas próprias soluções para os mais diversos problemas com os quais nos defrontamos e expande nossos horizontes. A Figura 1 procura sintetizar essas reflexões. A multiplicação proposta no Exemplo 2, encontra-se desenvolvida na Figura 2. Este exemplo simples tem o objetivo de nos ajudar a entender os problemas que as pessoas que viveram nos séculos passados enfrentavam, por não possuírem a tecnologia que dispomos na atualidade. Do ponto de vista cronológico, não faz muito tempo que os avanços tecnológicos modernos entraram em cena. As pessoas dos tempos antigos não possuíam os nossos recursos computacionais modernos mas, apesar disso, encontravam inspiração nas dificuldades e buscavam soluções.

Muitas dessas pessoas sonhavam em um dia inventar uma máquina, capaz de efetuar as contas matemáticas que eram tão difíceis de se fazer manualmente. Essas pessoas no fundo sonhavam com o nosso computador moderno, mas nem imaginavam como isso podia acontecer. Certamente, um cidadão do século XV jamais sonharia com um IPAD e todas as suas funcionalidades, porque não dispunha

Figura 2 - Multiplicação



Fonte: Própria (2022)

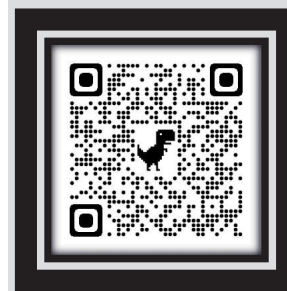
do grau de amadurecimento intelectual requerido para tal concepção. No entanto, o trabalho constante, e o decorrer do tempo, permitiram o desenvolvimento tecnológico que tanto apreciamos na atualidade. Todas essas reflexões, por fim, nos levam à uma última questão: Se continuarmos trabalhando, persistentemente, o que será que existirá no futuro, que não podemos nem sonhar, nos dias de hoje? O que o futuro nos reserva? Com relação ao futuro, é incerto, embora, certamente, ferramentas de Inteligência Artificial estarão cada vez mais presentes. De outro lado, o passado tem um imenso banco de dados a ser explorado.

As primeiras contagens

Desde muito cedo, homens e mulheres se viram envolvidos em tarefas que envolviam contagens em seus negócios diários, e, para a realização desses pequenos cálculos nos primeiros tempos, possivelmente, usavam seus próprios dedos. Ainda que essa atividade primitiva não fosse a matemática em sua essência, é certamente parte dos primeiros sinais de sua expressão. Em sociedades muito antigas, praticamente não se desenvolvera uma sensibilidade abstrata quanto às quantidades numéricas, embora, instintivamente, tanto homens quanto mulheres primitivos, conhecessem muito bem a diferença entre um e dois antílopes¹. Estudos antropológicos revelam não ser incomum encontrar ainda hoje tribos que só têm designações para um, dois, e muitos, e outras tribos, ainda, que só têm palavras para números até cinco. O salto intelectual da noção concreta da diferença entre duas quantidades para a invenção de uma representação simbólica ou o desenvolvimento de uma palavra para representar a ideia abstrata de um numeral, bem como a concepção de que os números são conjuntos de dígitos que significam quantidades, é uma evolução que demorou muito para ocorrer, e, de fato, só aconteceu depois que a sociedade desenvolveu a agricultura, pecuária e o comércio. As primeiras evidências de que a Humanidade pensa em números para realizar contagens vêm a partir de estudos de objetos encontrados em diversas partes do mundo durante trabalhos de escavações ou pesquisas submarinas, em que são encontradas ruínas de antigas civilizações. Alguns desses objetos, feitos à base de ossos ou de pedras, podem ser antigos instrumentos para cálculos matemáticos. Algumas destas ferramentas chegam a datar até mesmo do período Paleolítico².

Em 1950, Jean de Heinzelin de Braucourt (1920-1998), enquanto explorava um assentamento que houvera sido soterrado por uma erupção vulcânica, encontrou na área de Ishango, nas cabeceiras do rio Nilo, na África, um artefato que recebeu o nome de Osso Ishango. Especialistas acreditam se tratar de uma possível ferramenta matemática usada para a realização de procedimentos matemáticos simples, datada de cerca de 20 000 anos atrás. O artefato, construído a partir de um pedaço de osso marrom escuro, se assemelha muito a uma régua, contendo ranhuras que foram interpretadas como marcas de contagem (QRCode 2).

QRCode 2 - Ishango. (1)



SCAN QR-CODE

¹ De fato, a necessidade de sobrevivência do ser humano é a mola propulsora para o progresso em todas as épocas da Humanidade, e é ela quem vai orquestrar todo o desenvolvimento pelo qual passamos até os dias atuais.

² Também conhecido como a Idade da Pedra Lascada, é o primeiro período da Pré-história, compreendido entre 2.7 milhões de anos e 10.000 anos atrás.

Todavia, também, há aqueles que não descartam a possibilidade de que essas marcas sejam apenas arranhões para criar uma melhor aderência na alça da ferramenta, e neste caso, não existiria nenhuma relação com a matemática. De todo modo, muitos ainda acreditam na sua relação com a matemática de alguma forma e, portanto, o Osso Ishango (2) se encontra em exposição permanente no Museu de Ciências Naturais da Bélgica, em Bruxelas. Assim como o Osso Ishango, há muitos outros artefatos que foram encontrados em diversas partes do mundo, e que, de alguma maneira, guardam alguma possível relação com a matemática. Vários destes podem ser encontrados em museus de ciências e universidades ao redor do mundo, e alguns museus disponibilizam seu acervo de forma virtual, ao alcance de um clique (QRCode 2).

Trata-se de um tema rico de pesquisa que pode se abrir cada vez mais e nos trazer revelações sobre a cultura do nosso passado longínquo, tendo em vista os inúmeros métodos de investigação não-invasivos que vem se desenvolvendo, na atualidade:

“O desenvolvimento de métodos não-invasivos para documentar nossa herança cultural é um dos grandes desafios do nosso tempo e só pode ser alcançado através da mais alta tecnologia”, disse o professor Wolfgang Neubauer, diretor do Instituto Ludwig Boltzmann. (3).

QRCode 3 – Arqueologia (4).



SCAN QR-CODE

Um desses exemplos se relaciona aos monumentos megalíticos de Stonehenge, na Inglaterra, localidade onde as descobertas ainda crescem continuamente (QRCode 3). Há evidências de que se trata de um monumental dispositivo pré-histórico de contagem do tempo, um verdadeiro computador neolítico (5). Outro caso de interesse é o Dólmen de Guadalperal (6), situado em Cáceres e muitas vezes denominado o Stonehenge espanhol. Trata-se um monumento megalítico, datado para o período entre o III e o II milênio a. C., somente visível em épocas de seca, quando o nível das águas permite. Dólmenes são monumentos megalíticos tumulares coletivos de construção humana. Contudo, frequentemente, além de restos mortais, têm sido encontrados também vários objetos, armas e utensílios, em materiais como pedra, cerâmica e ossos.

Algoritmo

Neste ponto, gostaríamos de introduzir uma ferramenta muito importante na área de ciência da computação, e das ciências em geral: o algoritmo. Ao contrário do que se pode imaginar à primeira vista, algoritmo não é um termo moderno, mas é um recurso usado desde a Antiguidade, e será extensivamente empregado neste livro.

Definição 1

Um algoritmo pode ser entendido como um roteiro, uma descrição detalhada de um processo, um conjunto de instruções passo a passo, que tem por objetivo final resolver um problema. Em um algoritmo, cada instrução deve ser seguida rigorosamente, obedecendo uma ordem de execução, previamente estabelecida.

Diariamente, somos confrontados com algoritmos: receitas culinárias, prescrições de medicamentos, manuais de dispositivos, regras matemáticas etc. Frequentemente, associa-se ao algoritmo a idéia de uma receita culinária, pela maior facilidade de compreensão, que essa imagem

oferece. Para entendermos melhor o que são algoritmos, vamos, em seguida, apresentar alguns exemplos.

Exemplo 3

Escreva um algoritmo que descreva a preparação de um copo de leite com baunilha e açúcar.

Algoritmo 1

Passo	Descrição
1	Dissolva, 2 colheres de sopa, de leite em pó, em um copo com água.
2	Acrescente uma colher de sopa de açúcar.
3	Acrescente 2 gotas de baunilha.

Tal como o Exemplo 3, existem inúmeros outros em nossas vidas. Amarrar cadarços, fazer uma xícara de chá, se vestir, ou, preparar uma refeição. Todos esses são exemplos em que, ainda que não percebamos, seguimos um algoritmo. Outro exemplo, é a descrição de comprar pão na padaria, o qual é apresentado no Exemplo 4.

Exemplo 4

Escreva um algoritmo que descreva a atividade de ir comprar pão na padaria.

Algoritmo 2

Passo	Descrição
1	Pegue a carteira.
2	Vá para a padaria.
3	Escolha os produtos desejados.
4	Pague o preço das compras.
5	Traga o pão para casa.

Note que, em um algoritmo, a ordem das instruções é muito importante e deve ser cuidadosamente obedecida. Por exemplo, suponha que o processo de comprar pão na padaria apresente uma sequência diferente, como o mostrado no Exemplo 5.

Exemplo 5

Qual o resultado esperado, caso a ordem de execução, na atividade de pegar pão na padaria, seja executado na sequência a seguir:

Algoritmo 3

Passo	Descrição
1	Pague o preço das compras.
2	Escolha os produtos desejados.
3	Traga o pão para casa.
4	Pegue a carteira.
5	Vá para a padaria.