

# **CADERNO DE PRÁTICA DE ENSINO DE ÁLGEBRA**





Ruth Ribas Itacarambi  
Coordenação

Professores - Autores  
Margareth Yahagi  
Maria Lúcia Pedrosa  
Mariza Satomo Harada Kitamura  
Rita Therezinha de Miranda Furquim  
Simone Moraes Rodrigues

# CADERNO DE PRÁTICA DE ENSINO DE ÁLGEBRA

**GCIEM**  
GRUPO COLABORATIVO DE INVESTIGAÇÃO  
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



2024

Copyright © 2024 os autores  
1ª Edição

**Direção editorial:** Victor Pereira Marinho e José Roberto Marinho

**Projeto gráfico e diagramação:** Fabrício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

---

Caderno de prática de ensino de álgebra / Margareth Yahagi...[et al.];  
coordenação Ruth Ribas Itacarambi. – São Paulo: Livraria da Física, 2023.

Outros autores: Maria Lúcia Pedrosa, Mariza Satomo Harada Kitamura,  
Rita Therezinha de Miranda Furquim, Simone Moraes Rodrigues.  
ISBN 978-65-5563-389-4

1. Etnomatemática 2. Matemática - Estudo e ensino (Ensino fundamental) 3. Pedagogia -  
Metodologia 4. Professores de matemática - Formação I. Yahagi, Margareth. II. Pedrosa, Maria  
Lúcia. III. Kitamura, Mariza Satomo Harada. IV. Furquim, Rita Therezinha de Miranda. V. Rodrigues,  
Simone Moraes. VI. Itacarambi, Ruth Ribas.

23-177460

CDD-370.71

---

Índices para catálogo sistemático:

1. Professores de matemática: Formação: Educação 370.71

Eliane de Freitas Leite - Bibliotecária - CRB 8/8415

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida  
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.

Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107  
da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



Editora Livraria da Física  
[www.livrariadafisica.com.br](http://www.livrariadafisica.com.br)

(11) 3815-8688 | Loja do Instituto de Física da USP  
(11) 3936-3413 | Editora

### **Agradecimentos**

Dedicamos este livro aos professores do Ensino Básico, em particular, aos professores que participaram das oficinas que ministramos no CAEM, IME-USP, nos anos de 2018 e 2019.

Deixamos sinceros agradecimentos às pessoas que contribuíram com as atividades quer como professores aplicando-as em sala de aula, quer como alunos resolvendo e fazendo comentários.

Andrea Pires Magnarelli  
Antônio Alexandre Ap. da Silva  
Edinéia Maria Caretti  
Flavia Amatti Paukoski  
Katia Kurianski Freitas Santos  
Leila Saffi Koch Takahashi  
Maira Fernandes Pinto  
Maria José da Silva Medeiros  
Maria Tomie Shirahige Sato  
Simone Capetta  
Vânia Aparecida Medina Santos  
Viviane Yuki Ohashi de Paula

Dedicamos também a nossos familiares e amigos que nos apoiaram.



# SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	11
---------------------------	----

## **CAPÍTULO 1**

REVISITANDO A TEORIA.....	15
PRIMEIRO E SEGUNDO ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL....	15
Sequências .....	16
Regularidades e padrões em sequências .....	19
Padrões e regularidades com diferentes materiais .....	21
Sequências repetitivas e recursivas .....	25
Sequências numéricas .....	28
Material CUISENAIRE.....	28
Material DOURADO .....	39
Jogo DOMINÓ .....	44
Jogo ZIGUE ZAGUEANDO.....	45

## **CAPÍTULO 2**

TERCEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	47
Sequências ordenadas .....	48
Descrever formação de sequências .....	49
Criar regularidades .....	50
Regularidade em sequências de números naturais .....	55
Sentenças matemáticas .....	59
Situações problemas .....	65
ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO .....	67
Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adição ou de subtração de dois números naturais, que resultem na mesma soma ou diferença.....	67
Jogo CINCO EM LINHA.....	69

### **CAPÍTULO 3**

QUARTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....	71
Regularidades em seqüências numéricas.....	71
Relações inversas .....	74
Situações problemas .....	77
Divisões e regularidades.....	81
As relações entre o pensamento aritmético e o pensamento algébrico.....	84
Proporcionalidade.....	96
Equivalência .....	103
Seqüências numéricas .....	107
ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO .....	110
A atividade de investigação tem como objetivo proporcionar experiências por meio da balança para explorar a ideia de equivalência.....	111

### **CAPÍTULO 4**

QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....	117
Seqüências recursivas .....	117
Linguagem simbólica na generalização de resultados .....	119
Noção de equivalência .....	122
Problemas envolvendo a igualdade .....	128
Grandezas diretamente proporcionais .....	130
Problemas envolvendo a partição de um todo.....	142
ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO .....	145
A atividade tem como objetivo apresentar a noção de proporcionalidade direta como razão entre objetos.....	145



## **CAPÍTULO 5**

SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....	151
Regularidades em seqüências generalizando a aritmética .....	152
Propriedades da igualdade .....	159
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais..	166
ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO: código de barras.....	183
A atividade de investigação tem como objetivo trazer o contexto do cotidiano para mostrar o significado da Álgebra: o código de barras.....	184



## Apresentação

**E**xiste um consenso entre os educadores de que é preciso mudar as práticas na sala de aula de matemática, não só na escola básica, mas, também, nos cursos de formação inicial. Com esta preocupação temos analisado várias propostas de mudança, entre elas, citamos aquelas que trazem as tecnologias recentes para a sala de aula, com os meios móveis: notebooks, tablets, celulares, entre outros. Por outro lado, a questão da contextualização dos conteúdos tem ficado cada vez mais emergente a partir da modelagem e/ou resolução de problemas, da apresentação da matemática como um bem cultural (D'AMBROSIO, 2011)<sup>1</sup> e na discussão da matemática crítica (SKOVSMOSE, 2006)<sup>2</sup>

Esses estudos estão presentes nos trabalhos produzidos nos cursos de pós-graduação em Educação Matemática e divulgados por meio dos diferentes seminários e congressos regionais, nacionais e internacionais. Observamos, em nosso trabalho de formação continuada que as práticas pedagógicas esbarram nas dificuldades que os professores enfrentam em trabalhar de forma muito diferente do que foram preparados quer na sua formação inicial quer em sua experiência como alunos do ensino básico, isso gera um círculo de produção do conhecimento de forma tradicional que começa com a apresentação do conteúdo pelo professor, modelos e regras seguido por uma lista de exercícios de fixação.

Nos cadernos de prática de ensino discutimos algumas dessas dificuldades e apresentamos a possibilidade de trabalhar com uma diversidade de propostas como: modelagem, história da matemática, projetos, ETNOMATEMÁTICA e a presença sempre constante da investigação e nela a resolução de problemas e jogos na sala de aula, a partir da reflexão da nossa prática como educadores e a organização do trabalho em projetos de investigação como procedimentos pedagógicos para a sala de aula.

---

1 D'AMBROSIO, U. ETNOMATEMÁTICA: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

2 SKOVSMOSE, OLE. Educação Matemática Crítica: A questão da democracia. 3ª ed. Campinas: Papirus, 2006 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), 160 p.

Ao organizar os cadernos tivemos a preocupação de relacionar as atividades com as propostas das orientações curriculares, como dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998)<sup>3</sup> e da Base Nacional Curricular Comum (BNCC, 2017)<sup>4</sup>. Explicando, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Segue a LDB que estabelece que o sistema nacional de educação terá como um de seus fins “a formação de cidadãos capazes de compreender criticamente a realidade social”

Os cadernos surgiram como uma necessidade de se ter material interativo para as aulas de prática de ensino e foram elaborados a partir do levantamento de temas considerados obstáculos epistemológicos na construção dos conceitos de Matemática. As atividades foram propostas nas aulas de prática e oficinas de formação de professores, cuja a orientação está no item: conversa com o professor e foram aplicadas nas salas de aula do Ensino Fundamental da rede pública e privada, como o leitor pode observar nos itens: comentário do professor, comentário de alunos e solução de alunos.

O caderno de Álgebra traz uma reflexão para nós professores sobre **pensamento e linguagem algébrica**. A relação entre pensamento e linguagem (palavras), para Vygotsky (1987, p.103)<sup>5</sup> é um processo vivo: o pensamento nasce através das palavras. Uma palavra desprovida de pensamento é uma coisa morta, e um pensamento não expresso por palavras permanece uma sombra. A relação entre eles não é, no entanto, algo já formado e constante, surge ao longo do desenvolvimento e se modifica.

Nessa perspectiva, algumas dimensões do trabalho com a álgebra estão presentes nos processos de ensino e de aprendizagem, desde os anos iniciais, como as ideias de regularidade, de generalização e de equivalência. Essas ideias são alicerces de outras dimensões do pensamento algébrico, com a resolução de problemas de estrutura algébrica e a noção intuitiva de função.

---

3 PCN- Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

4 BNCC – Base Nacional Comum Curricular disponível em <http://www.observatoriodoensinomedio.ufpr.br/disponibilizada-a-terceira-versao-da-base-nacional-comum-curricular-pelo-mec/> 2017. Acesso 09/2018.

5 Vygotsky, L. S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1987 p. 103-107

O caderno de Álgebra trata dos seguintes temas: **padrões e regularidades** que começa pela organização e pela ordenação de elementos que tenham atributos comuns, articulando os com a linguagem natural. Na relação com a linguagem geométrica explora os atributos dos objetos e na linguagem numérica o trabalho com sequencias em busca da **generalização**. A noção de **equivalência**, essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico, tem seu início com atividades simples, envolvendo a **igualdade de sentenças**, a determinação de um elemento desconhecido, incógnita e variável, em uma igualdade e em atividades que podem ser exploradas por meio de perguntas. As noções intuitivas de **função** são exploradas desde o início a partir de tabelas, razões ou frações, já a partir do quinto ano, por meio da ideia de **variação proporcional** direta entre duas grandezas.

Os autores – GCIEM  
gciemusp@gmail.com



## CAPÍTULO 1

# REVISITANDO A TEORIA

Os conteúdos de aprendizagem de Matemática estão organizados na visão de Coll (1986)<sup>6</sup> em três grupos: conceituais, procedimentais e atitudinais, entendendo por conceituais os conteúdos relacionados ao “saber”, conteúdos procedimentais em “saber fazer” e conteúdos atitudinais o “ser”, visando a aprendizagem significativa. A construção de significados dos conteúdos, na perspectiva piagetiana, se refere cada vez que somos capazes de estabelecer relações entre o que aprendemos e o que já conhecemos.

Os conteúdos procedimentais na prática de ensino de Matemática objetivam dotar os alunos de habilidades para interpretar e agir sobre aspectos do meio ambiente e potencializar a atividade mental<sup>7</sup>.

A configuração do Organizador Curricular do Currículo Paulista<sup>8</sup>, para Matemática, contempla as unidades temáticas, as habilidades, os objetos de conhecimento para cada ano do Ensino Fundamental. As habilidades referentes aos objetos do conhecimento que ora apresentam os conceitos ora os procedimentos, serão apresentados em nossa proposta a partir de atividades que podem se repetir diante da necessidade de identificar ou desenvolver as ideias que estão apresentadas na habilidade e estabelecer relações com conhecimentos já consolidados.

### PRIMEIRO E SEGUNDO ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Os objetos do conhecimento: conceitos ou procedimentos esperados para os 1º e 2º anos são apresentados nesse texto relacionados, pois consideramos que são ideias iniciais do letramento algébrico.

---

6 COLL, S. C. *Aprendizagem escolar e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artes médicas, 1994.

7 ZABALA, A. *Como trabalhar os conteúdos procedimentais em sala de aula*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

8 <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/> acesso fevereiro 2020

**Para o 1º ano**

Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências. Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em serializações numéricas.

**Para o 2º ano**

Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas. Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.

**Habilidade a ser desenvolvida**<sup>9</sup>: organizar e ordenar situações ou figuras, para desenvolver a noção de sequência.

Atividade 1. Criar situações para organizar e ordenar situações do cotidiano, visando construir a noção de sequência.

Atividade 1.1. Noção de ordenação numa situação de dramatização com os alunos.

Material: papel e lápis

**Orientação**

O professor pede para os alunos observarem como estão sentados na sala de aula, conversando como eles escolheram seus lugares. Após esta conversa pede para o primeiro da fila à direita (apontando) se levantar, o seguinte continuar sentado e o outro se levantar e assim por diante. Conversa com as crianças sobre esta nova organização. Pede para elas identificarem oralmente a diferença entre as duas situações. Com as falas dos alunos apresenta a noção de ordenar, ou seja, na primeira os alunos estão organizados na sala de aula sem uma ordem pré-determinada e na segunda com uma organização que tem uma ordem: em pé e sentado que se repete.

Como continuidade da atividade sugerimos que o professor escolha cinco alunos de alturas diferentes. Pergunte quem é o mais alto e quem é o mais baixo e organize os em ordem de tamanho, do mais baixo para o mais alto ou vice-versa. Pergunte o que eles observaram na fila formada e se é possível estabelecer qual a próxima criança que poderia entrar na fila. Retome a noção de ordem e a existência de uma regra, mostre que os alunos estão em sequência.

---

9 BNCC – Base Nacional Comum Curricular, 2017 (EF01MA09)



O professor pode pedir para os alunos inventarem outras disposições como: dois sentados, um em pé e, assim por diante. Em outra situação colocar uma menina entre dois meninos, dois meninos entre duas meninas, assim por diante dependendo do número de meninas e meninos da classe. Comenta que a ordem em que as situações foram organizadas estabelece o que denominamos de uma **sequência**.

Atividade 1.2. Noção de sequência e termo com objetos que produzem sons e figuras destes objetos.

Material: latas de diferentes tamanhos, apitos, pandeiros, chocalhos ou outros objetos que podem produzir sons e figuras representando estes objetos.

Por exemplo:



### Orientação

O professor organiza os alunos em três ou mais grupos com os objetos, cada grupo com o mesmo objeto por exemplo um só apitos ou só chocalhos ou pandeiros e outros dependendo da disponibilidade dos objetos na sala de aula. Após a organização dos grupos e pede que cada grupo na sua vez toque o seu instrumento. Em seguida, pede aos alunos que verbalizem a ordem em que foi tocado o instrumento de cada grupo. O professor retoma a noção de sequência ressaltando quem foi o primeiro depois o segundo e o terceiro. Pede para os alunos colarem em seus cadernos as figuras, correspondentes aos objetos, seguindo a ordem em que foram tocadas, com as colagens identifica o que é **termo na sequência**: primeiro termo, segundo termo e assim por diante. E, explora a altura dos sons: alto ou baixo. Nesse momento o professor apenas utiliza a palavra termo para se referir a ordem em que foi tocado o instrumento.

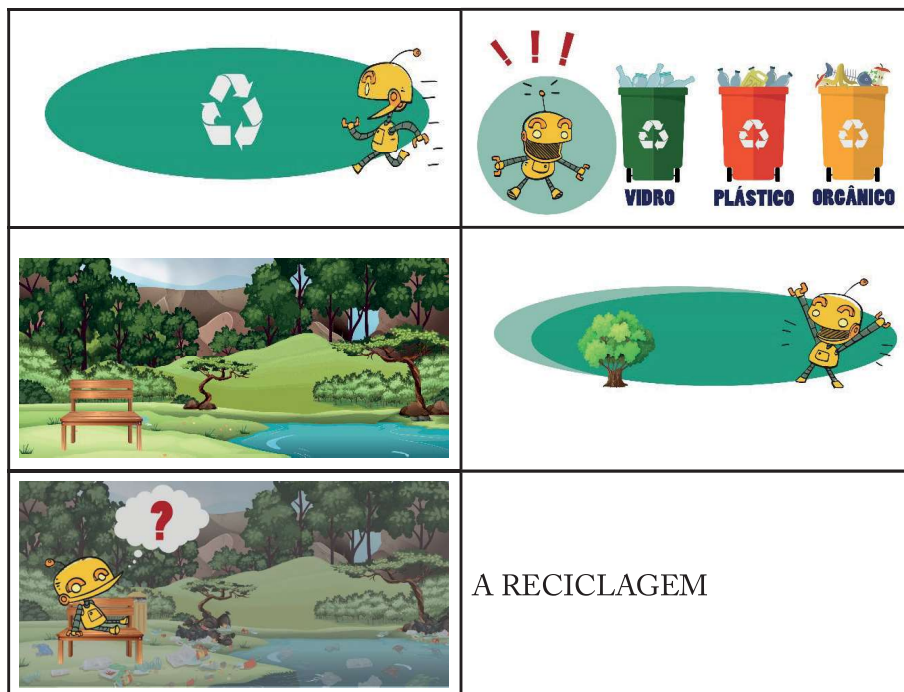
Atividade 1.3. Noção de sequência em uma história ou quadrinho

Material: Uma história em quadrinhos sobre um tema do contexto da sala de aula, figuras relacionadas ao tema, tesoura, papel, cola e lápis.

### Orientação

Escolhemos uma história em quadrinhos sobre a necessidade de se cuidar do meio ambiente. O professor conta a história e conversa com os alunos como a história começa, sua sequência e como termina. Após esta conversa distribui a folha com os quadrinhos referentes à história, mas fora de ordem, pede que os alunos em duplas recortem e coleem em seus cadernos lembrando a ordem em que ela foi contada.

Veja a sugestão abaixo:



### Ilustração<sup>10</sup>

O professor analisa as colagens dos alunos, conversa sobre a regra que utilizaram para fazer a colagem e se temos uma sequência. Lembrar que a regra é a ordem em que a história foi contada e os quadrinhos em ordem são os termos da sequência. O professor pode ler uma história de quadrinhos de revistas infantis, utilizamos essa por questões de direitos autorais.

<sup>10</sup> Ilustração Cássia Ribas, arte adaptada do site freepik.

**Comentário para o professor**

Sugerimos que após as atividades com os instrumentos musicais e a leitura da história sobre o meio ambiente que o professor traga a música popular: “A velha a fiar”. A cantiga é o pano de fundo da história que evidencia a relação do homem com o meio ambiente e o ciclo da vida no qual estamos incluídos, disponível no Youtube : [https://youtu.be/3W7\\_u8zGBWM](https://youtu.be/3W7_u8zGBWM)

Na internet o professor vai encontrar várias atividades para serem desenvolvidas com a letra e com a música, aqui propomos que enfatize a sequência das palavras e o ritmo.

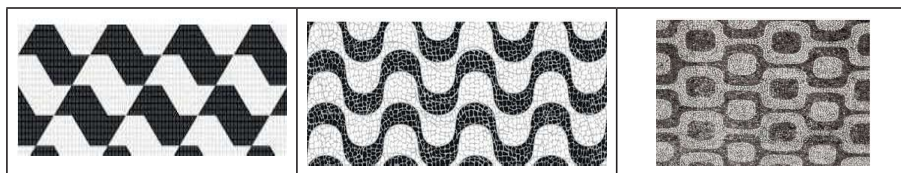
**Habilidade a ser desenvolvida**<sup>11</sup>: descrever, após o reconhecimento um padrão ou regularidade

Atividade 1. Reconhecer padrão e regularidade em situações do cotidiano

Material: fotos de calçadas do centro de São Paulo, de Copacabana do Rio de Janeiro ou uma calçada portuguesa.

**Orientação**

O professor distribui as fotos para os alunos organizados em dupla, conversa com eles sobre as fotos informando onde podem ser encontradas e pede para identificarem o desenho que se repete em cada uma, contornando com o lápis.



11 BNCC – Base Nacional Comum Curricular, 2017 (EF01MA10)

### Comentário para o professor

A primeira foto é encontrada em algumas calçadas do centro de São Paulo, a figura que se repete é o mapa estilizado de São Paulo. A segunda é o registro do calçadão de Copacabana no Rio de Janeiro, a figura que se repete é uma onda estilizada. A terceira uma calçada de Lisboa, a figura que se repete são as formas arredondadas.

### Explicando

A palavra padrão se refere a um modo ou método estabelecido.

Regularidade é tudo aquilo que se apresenta em ordem periódica, ou seja, que tem uma sucessão regular.



Atividade 2. Criar um padrão e recobrir uma superfície.

Material: papel quadriculado, cola e figuras recortadas em cartolina

### Orientação

O professor distribui o papel quadriculado, as figuras e pede que os alunos em duplas criem desenhos (padrões) no papel com as figuras, preenchendo uma parte do papel como uma calçada ou uma parede ladrilhada. O professor apresenta para classe os diferentes preenchimentos discutindo o padrão em cada caso e se foi criada uma sequência. Atenção, alguns alunos podem preencher de forma aleatória conversar sobre isto.

**Habilidade a ser desenvolvida**<sup>12</sup>: reconhecer sequências identificando o padrão e a regularidade.

12 BNCC – Base Nacional Comum Curricular, 2017 (EF01MA10, EF02MA09)