

*Física Moderna e Contemporânea das teorias quânticas e  
relativísticas às fronteiras da física*

VOLUME 1



*Jucimar Peruzzo*  
*Walmir Eno Pottker*  
*Thiago Gilberto do Prado*

**FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA**  
*das teorias quânticas e relativísticas às fronteiras da física*

**VOLUME 1**



Editora Livraria da Física  
São Paulo – 2014

Copyright © 2014 Editora Livraria da Física

2a. Edição

Editor: JOSÉ ROBERTO MARINHO

Projeto gráfico e diagramação: CASA EDITORIAL MALUHY & Co.

Capa: ANTONIO MANUEL ALVES MORAIS

*Texto em conformidade com as novas regras ortográficas do Acordo da Língua Portuguesa.*

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

---

Peruzzo, Jucimar

Física moderna e contemporânea : das teorias quânticas e relativísticas  
às fronteiras da física : volume 1 / Jucimar Peruzzo, Walimir Eno Pottker,  
Thiago Gilberto do Prado. – São Paulo : Editora Livraria da Física, 2014.

Bibliografia.

ISBN 978-85-7861-218-4

1. Física 2. Física quântica I. Pottker, Walimir Eno.

II. Prado, Thiago Gilberto do. III. Título.

13-08853

CDD-539

---

Índices para catálogo sistemático:

1. Física moderna e contemporânea 539

ISBN 978-85-7861-218-4

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam  
quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora. Aos infratores aplicam-se  
as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro  
de 1998.

Impresso no Brasil

*Printed in Brazil*



EDITORIAL

Editora Livraria da Física

Tel./Fax: +55 11 3459-4327 / 3936-3413

[www.livrariadafisica.com.br](http://www.livrariadafisica.com.br)

*O cientista não estuda a natureza porque ela é útil;  
estuda-a porque se delicia com ela, e se delicia com  
ela porque ela é bela. Se a natureza não fosse bela  
não valeria a pena conhecê-la e, se não valesse a  
pena conhecer a natureza, não valeria a pena viver.*

HENRI POINCARÉ

*A mais profunda emoção que podemos  
experimentalizar é inspirada pelo senso do mistério.  
Essa é a emoção fundamental que inspira a  
verdadeira arte e a verdadeira ciência.*

ALBERT EINSTEIN

*Tudo vale a pena quando a alma não é pequena.*

FERNANDO PESSOA

*Eu não me envergonho de corrigir os meus  
erros e mudar minhas opiniões porque não  
me envergonho de raciocinar e aprender.*

ALEXANDRE HERCULANO



## PREFÁCIO

Era início do século XX e a física já podia se considerar uma ciência de muito sucesso. As áreas da física clássica, que compreendem a atual mecânica, a óptica, a termodinâmica e o eletromagnetismo já haviam alcançado um notável aperfeiçoamento no século anterior.

A mecânica clássica já tinha atingido uma grande precisão, conseguindo prever e descrever de maneira muito satisfatória, desde o movimento de um peão, de líquidos e gases, até a órbita de um planeta. Na óptica e na ondulatória se desenvolveu um aparato matemático bastante avançado, capaz de descrever os fenômenos de difração, de interferência, entre outros, com grande eficácia. Nessa época as radiações invisíveis já eram exploradas, bem como a fotografia e o cinema também estavam iniciando.

Muitos dos fenômenos e princípios da termodinâmica tinham sido compreendidos, o que propiciou o desenvolvimento das máquinas a vapor, dos motores a explosão, da revolução industrial. Os fenômenos elétricos e magnéticos estavam sendo domados, acabando por culminar na teoria eletromagnética de Maxwell, e levando a aplicações práticas muito importantes.

Diante do grande sucesso científico que havia ocorrido, em abril de 1900 o físico Lord Kelvin proferiu numa conferência que a física era uma ciência quase acabada, onde não existiam mais grandes descobertas para serem realizadas. Era só a questão de mais algum tempo para se determinar mais precisamente algumas constantes, e pronto. Porém, apenas dois pequenos probleminhas precisavam ser resolvidos: a não detecção do vento de éter, que seria feita através da medição da velocidade da terra em relação ao éter, e o problema da distribuição de energia na radiação de um corpo aquecido.

## VIII FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

O fato é notável, pois foi justamente nestes dois problemas que tiveram origem duas grandes teorias científicas: a física quântica e a teoria da relatividade. Na época ninguém poderia imaginar, mas uma profunda revolução, não só na física, mas em toda a ciência estava por vir. Era início do século XX e nascia a física moderna.

A física quântica defendeu a propagação descontínua da energia, um mundo pregado pela incerteza e a dualidade onda-partícula da matéria, que levou mais tarde, por exemplo, ao desenvolvimento de modernas tecnologias. A física atômica e molecular, a física nuclear, a física da matéria condensada e de toda a química moderna se fundamentam na teoria quântica. Sem ela não poderíamos explicar o comportamento dos dispositivos eletrônicos modernos, a existência dos elementos radioativos, a cor das estrelas, entre outros.

A teoria da relatividade provocou profundas rupturas com a física clássica, como por exemplo, o abandono da ideia de tempo absoluto. Além disso, mostrou a relação entre a matéria e a energia e, através da relatividade geral, foi possível aprimorar a compreensão da estrutura e o comportamento do universo.

A teoria quântica e a teoria da relatividade nasceram no início do século XX e melhor se fundamentaram nas décadas seguintes. Baseadas nas ideias dessas duas teorias desenvolveu-se um conhecimento físico de grandeza nunca antes existente. E deste conhecimento originou-se um aparato tecnológico, talvez nunca antes sonhado.

O objetivo deste livro é contribuir com a divulgação científica, abordando conteúdos referentes à física moderna. Tais assuntos geralmente não são fáceis de serem levados ao público em geral pois, na sua forma original, eles vêm sempre recheados com uma matemática sofisticada. No entanto, neste trabalho foi feito um esforço para contornar esse obstáculo. Dessa forma, os temas serão abordados de uma maneira mais conceitual. Mas, quando possível, será trabalhado também de maneira quantitativa, enfatizando as notações matemáticas e algumas deduções, sempre com o intuito de aproximar o leitor da verdadeira ciência física.

Optamos por utilizar uma descrição matemática, mesmo sabendo que isso pode reduzir muito o número de leitores. Como recomenda

o físico e matemático Roger Penrose no início de um dos seus livros, para o leitor que se assusta com uma equação ele sugere que o mesmo dê uma olhada rápida nela, sem tentar compreendê-la inicialmente e passe adiante. Depois, se tiver confiança, pode voltar a olhá-la e tentar obter mais informações importantes. No entanto, a maior parte do livro é compreensível mesmo sem o entendimento das equações nele presentes.

O livro Física Moderna e Contemporânea está dividido em dois volumes. Neste volume (volume I) será abordado nos dois primeiros capítulos as teorias da relatividade especial e geral. Neles serão discutidos, desde os conceitos do movimento relativo, a inexistência do éter, a constância da velocidade da luz e os postulados de Einstein da relatividade especial até o princípio de equivalência e as principais ideias da relatividade geral.

Os capítulos três ao seis serão dedicados as ideias básicas da física quântica, abordando os aspectos da quantização da carga elétrica e da energias, os modelos atômicos e a estrutura do átomo, fenômenos corpusculares e ondulatórios, entre outros tópicos.

No capítulo sete serão expostas algumas interpretações quânticas e a existência de certos paradoxos, que provocaram intensos debates e culminaram com grandes avanços na física. É nesses paradoxos que a natureza quântica mostra a sua verdadeira face, deixando-nos perplexos na maioria das vezes.

Quando se estuda um certo fenômeno a partir de conceitos microscópicos, o número envolvido de variáveis é gigantesco. Descrever cada uma dessas variáveis é praticamente impossível e talvez não necessário pois, geralmente o que nos interessa é a manifestação macroscópica produzida pelo conjunto de muitas dessas partículas. Por isso se utiliza conceitos de estatística, formando uma área muito importante da física, chamada física estatística, que será apresentada no capítulo oito.

A física da matéria condensada é uma área da física quântica onde se trata da compreensão das propriedades mecânicas, térmicas, magnéticas e ópticas da matéria condensada. O capítulo nove trata dos semicondutores, uma classe de materiais que revolucionaram e prometem

## X FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

ainda muito para o desenvolvimento da eletrônica. Os supercondutores, que são elementos ou ligas que conduzem eletricidade ou calor sem oferecer nenhuma resistência, são abordados no capítulo 10. Fruto de todo esse desenvolvimento da física do estado sólido está a tecnologia quântica, trabalhada no capítulo 11, que está apenas no início, mas já promete feitos inimagináveis.

No decorrer do texto acompanham pequenas biografias dos principais cientistas envolvidos no desenvolvimento da física moderna e contemporânea. No apêndice será feito um tratamento matemático mais detalhado para alguns tópicos específicos.

OS AUTORES

## SUMÁRIO

|              |                                                 |               |
|--------------|-------------------------------------------------|---------------|
| <b>1</b>     | <b>TEORIA DA RELATIVIDADE ESPECIAL .....</b>    | <b>1</b>      |
| 1.1          | Relatividade do Movimento .....                 | 1             |
| 1.2          | Transformações de Galileu .....                 | 3             |
| 1.3          | Tempo Absoluto e Comprimento Invariante .....   | 5             |
| 1.4          | Velocidade da Luz .....                         | 6             |
| 1.5          | Propagação da Luz e o Éter .....                | 10            |
| 1.6          | Experimento de Michelson-Morley .....           | 14            |
| 1.7          | Eletromagnetismo e Referenciais .....           | 22            |
| 1.8          | Postulados de Einstein .....                    | 26            |
| 1.9          | Relatividade da Simultaneidade .....            | 28            |
| 1.10         | Transformações de Lorentz .....                 | 31            |
| 1.11         | Dilatação do Tempo .....                        | 36            |
| 1.12         | Contração do Comprimento .....                  | 44            |
| 1.13         | Velocidade Limite e Adição de Velocidades ..... | 46            |
| 1.14         | Espaço Quadridimensional .....                  | 50            |
| 1.15         | Efeito Doppler Relativístico .....              | 55            |
| 1.16         | Massa e Energia Relativística .....             | 57            |
| 1.17         | Relatividade e Eletromagnetismo .....           | 66            |
| <br><b>2</b> | <br><b>TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL .....</b>   | <br><b>71</b> |
| 2.1          | Da Relatividade Especial para a Geral .....     | 72            |
| 2.2          | O Campo Gravitacional .....                     | 72            |
| 2.3          | Princípio de Equivalência .....                 | 73            |

## XII FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

|          |                                                          |            |
|----------|----------------------------------------------------------|------------|
| 2.4      | Geometria Não Euclidiana .....                           | 75         |
| 2.5      | Gravidade e Espaço .....                                 | 78         |
| 2.6      | Previsões e Testes Clássicos da Relatividade Geral ..... | 82         |
| 2.7      | GPS e Relatividade .....                                 | 93         |
| 2.8      | Previsões e Testes Modernos da Relatividade Geral ....   | 95         |
| <b>3</b> | <b>QUANTIZAÇÃO DA CARGA ELÉTRICA E DA ENERGIA .....</b>  | <b>103</b> |
| 3.1      | Descoberta do Elétron .....                              | 103        |
| 3.2      | Medição de $e/m$ por Thomson .....                       | 107        |
| 3.3      | Experimento de Millikan .....                            | 111        |
| 3.4      | Radiação Térmica .....                                   | 115        |
| 3.5      | Teoria Quântica de Planck .....                          | 118        |
| 3.6      | Efeito Fotoelétrico e Teoria Quântica de Einstein .....  | 121        |
| <b>4</b> | <b>ESPECTROS E MODELOS ATÔMICOS .....</b>                | <b>127</b> |
| 4.1      | Espectros Atômicos .....                                 | 127        |
| 4.2      | Modelos Atômicos .....                                   | 132        |
| 4.3      | Raios X .....                                            | 149        |
| 4.4      | Difração de Bragg .....                                  | 158        |
| 4.5      | Efeito Compton .....                                     | 161        |
| 4.6      | Experimento de Franck-Hertz .....                        | 166        |
| <b>5</b> | <b>MECÂNICA ONDULATÓRIA .....</b>                        | <b>169</b> |
| 5.1      | Ondas de Matéria .....                                   | 169        |
| 5.2      | Função de Onda de Schrödinger .....                      | 173        |
| 5.3      | Mecânica Matricial de Heisenberg .....                   | 177        |
| 5.4      | A Natureza Ondulatória dos Elétrons .....                | 179        |
| 5.5      | Princípio de Incerteza de Heisenberg .....               | 184        |
| 5.6      | Complementaridade de Bohr .....                          | 185        |
| 5.7      | Partículas em Degraus de Potenciais .....                | 186        |
| 5.8      | Partículas em Poços de Potencial .....                   | 191        |
| 5.9      | Barreira de Potencial e o Efeito Túnel .....             | 194        |
| 5.10     | Oscilador Harmônico Simples .....                        | 199        |

|          |                                                                       |            |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>6</b> | <b>FÍSICA ATÔMICA .....</b>                                           | <b>203</b> |
| 6.1      | Quantização do Momento Angular e<br>Números Quânticos .....           | 204        |
| 6.2      | Momento Magnético .....                                               | 207        |
| 6.3      | Experimento de Stern-Gerlach e o <i>Spin</i> do Elétron .....         | 210        |
| 6.4      | Orbitais Quânticos e Distribuição Eletrônica .....                    | 213        |
| 6.5      | Funções de Onda do Átomo de <i>H</i> .....                            | 216        |
| 6.6      | Transições Atômicas .....                                             | 218        |
| 6.7      | Estrutura Fina e Efeito Zeeman .....                                  | 220        |
| 6.8      | Ressonância Magnética Nuclear .....                                   | 223        |
| 6.9      | <i>Laser</i> .....                                                    | 225        |
| 6.10     | Holografia .....                                                      | 234        |
| 6.11     | Efeito Raman .....                                                    | 236        |
| 6.12     | Magnetismo na Matéria .....                                           | 240        |
| <b>7</b> | <b>PARADOXOS QUÂNTICOS .....</b>                                      | <b>253</b> |
| 7.1      | Grandes Debates: Einstein e Bohr .....                                | 253        |
| 7.2      | Sobre o Princípio da Incerteza .....                                  | 254        |
| 7.3      | O Gato de Schrödinger .....                                           | 257        |
| 7.4      | Estados Emaranhados .....                                             | 260        |
| 7.5      | Desigualdades de Bell .....                                           | 264        |
| <b>8</b> | <b>FÍSICA ESTATÍSTICA .....</b>                                       | <b>269</b> |
| 8.1      | Introdução .....                                                      | 269        |
| 8.2      | Física Estatística Clássica .....                                     | 270        |
| 8.3      | Movimento Browniano .....                                             | 280        |
| 8.4      | Estatística Quântica .....                                            | 283        |
| 8.5      | Relógio Atômico .....                                                 | 293        |
| <b>9</b> | <b>SEMICONDUCTORES .....</b>                                          | <b>297</b> |
| 9.1      | Estrutura dos Sólidos .....                                           | 297        |
| 9.2      | Teoria Clássica da Condução Elétrica em Metais .....                  | 298        |
| 9.3      | Modelo do Gás de Elétrons Livres nos Metais .....                     | 301        |
| 9.4      | Teoria Quântica da Condução Elétrica e das Bandas de<br>Energia ..... | 303        |

## XIV FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

|           |                                               |            |
|-----------|-----------------------------------------------|------------|
| 9.5       | Condutores, Isolantes e Semicondutores .....  | 306        |
| 9.6       | Semicondutores Dopados .....                  | 308        |
| 9.7       | Junção pn .....                               | 311        |
| 9.8       | Diodo Emissor de Luz (LED) .....              | 316        |
| 9.9       | Fotodetectores .....                          | 317        |
| 9.10      | Transistor .....                              | 327        |
| <b>10</b> | <b>SUPERCONDUTORES .....</b>                  | <b>335</b> |
| 10.1      | Descoberta da Supercondutividade .....        | 335        |
| 10.2      | Efeito Meissner-Ochsenfeld .....              | 336        |
| 10.3      | Supercondutores do Tipo I .....               | 338        |
| 10.4      | Supercondutores do Tipo II .....              | 340        |
| 10.5      | Outras Propriedades dos Supercondutores ..... | 343        |
| 10.6      | Teoria BCS .....                              | 345        |
| 10.7      | Supercondutividade a Alta Temperatura .....   | 350        |
| 10.8      | Tunelamento de Josephson .....                | 352        |
| 10.9      | Aplicações .....                              | 354        |
| <b>11</b> | <b>RUMO À TECNOLOGIA QUÂNTICA .....</b>       | <b>361</b> |
| 11.1      | Evolução dos Computadores .....               | 361        |
| 11.2      | Circuitos Integrados e Processadores .....    | 364        |
| 11.3      | Manipulando os Átomos .....                   | 370        |
| 11.4      | Introdução à Nanotecnologia .....             | 371        |
| 11.5      | Microscópio de Tunelamento .....              | 372        |
| 11.6      | Compostos de Carbono .....                    | 376        |
| 11.7      | Nanocircuitos e Nanodispositivos .....        | 379        |
| 11.8      | Spintrônica .....                             | 382        |

*Apêndices*

|          |                                                                                             |            |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A</b> | <b>DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO <math>E = mc^2</math> VIA O TEOREMA DO<br/>TRABALHO-ENERGIA .....</b> | <b>387</b> |
| <b>B</b> | <b>LEI DE PLANCK .....</b>                                                                  | <b>391</b> |

|          |                                                         |     |
|----------|---------------------------------------------------------|-----|
| <b>C</b> | <b>QUANTIZAÇÃO DE WILSON-SOMMERFELD</b> .....           | 397 |
| <b>D</b> | <b>EQUAÇÃO DE ONDA DE SCHRÖDINGER</b> .....             | 401 |
| <b>E</b> | <b>FUNÇÕES DE ONDA EM DEGRAUS E</b>                     |     |
|          | <b>POÇOS DE POTENCIAIS</b> .....                        | 409 |
|          | E.1 Degraus de Potenciais .....                         | 409 |
|          | E.2 Poço de Potencial Quadrado Infinito .....           | 414 |
|          | E.3 Poço de Potencial Quadrado Finito .....             | 416 |
| <b>F</b> | <b>COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO</b> .....                 | 419 |
| <b>G</b> | <b>EFEITO ZEEMAN - <i>Tratamento Clássico</i></b> ..... | 423 |
| <b>H</b> | <b>DISTRIBUIÇÃO DE MAXWELL-BOLTZMANN</b> .....          | 427 |
| <b>I</b> | <b>MOVIMENTO BROWNIANO</b> .....                        | 433 |
|          | I.1 Abordagem de Einstein .....                         | 433 |
|          | I.2 Abordagem de Langevin .....                         | 436 |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....                 | 441 |
|          | <b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....                           | 453 |



## 1

## TEORIA DA RELATIVIDADE ESPECIAL

*A matemática é o alfabeto com o qual Deus criou o Universo*

GALILEU GALILEI

*A nova mecânica será caracterizada, acima de tudo, pela regra de que nenhuma velocidade excederá a velocidade da luz.*

HENRI POINCARÉ

Em 1905, apoiado nos trabalhos de Lorentz e Poincaré, Einstein formulou um novo conjunto de transformações que tornaram as equações de Maxwell invariantes. Este conjunto de transformações ficaram conhecidas como transformações relativísticas comumente chamadas transformações da teoria da relatividade restrita.

### 1.1 RELATIVIDADE DO MOVIMENTO

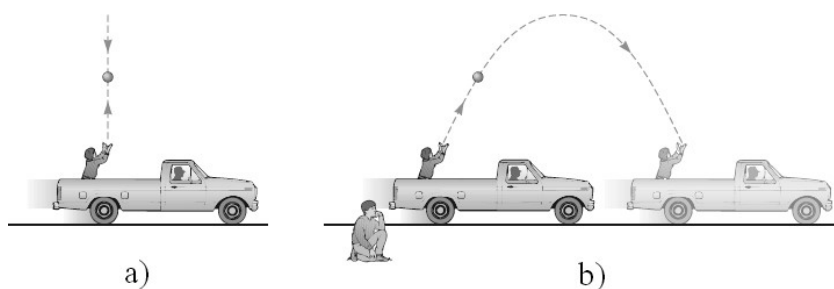
Imagine que você está sentado num ônibus que passa por uma rua. Assim como o ônibus, você também está em movimento em relação à rua, mas está parado em relação ao ônibus. Poderíamos dar outra interpretação à mesma situação, dizendo que você e o ônibus estão parados e que são as árvores e as casas que se movem para trás. As duas interpretações são possíveis e ambas estão corretas.

Suponhamos que você está andando dentro do ônibus com uma velocidade ( $v_p$ ) constante de  $1m/s$  em relação ao ônibus, que está parado no ponto. Portanto, você se move com  $1m/s$  em relação ao ônibus e também em relação ao ponto. Agora imagine que o ônibus se afasta do ponto em linha reta e com velocidade constante de  $15m/s$ . Você continua caminhando dentro do ônibus com a mesma velocidade de  $1m/s$ . A pergunta é: qual será a sua velocidade em relação ao ponto? Se

## 2 FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

você caminhar no mesmo sentido do movimento do ônibus, sua velocidade em relação ao ponto será de  $16m/s$ . Caso seu movimento tenha sentido contrário ao sentido de movimento do ônibus, sua velocidade em relação ao ponto será de apenas  $14m/s$ .

Suponhamos agora uma caminhonete com uma pessoa em repouso na sua carroceria e que a caminhonete esteja se movendo em linha reta com velocidade constante em relação ao solo. Então a pessoa lança uma bola verticalmente para cima, pegando-a novamente em seguida (Fig.1.1). Desprezando a resistência do ar e outros fatores, do ponto de vista da pessoa sobre a carroceria, a bola descreveu uma trajetória retilínea, subindo até uma altura máxima e depois retornando às suas mãos (Fig.1.1-a). No entanto, um observador localizado em terra, às margens da estrada por onde passou a caminhonete, verá a bola descrever uma parábola (Fig.1.1-b) [1].



**FIG. 1.1** Vista da trajetória da bola por um: a- Observador situado sobre a carroceria; b- Observador externo.

Mas, então, a bola descreveu uma trajetória reta ou uma parábola? A resposta é simples: descreveu uma reta em relação à pessoa na carroceria da caminhonete e uma parábola em relação à pessoa na margem da estrada. Isso significa que só se pode falar de trajetória em relação a um determinado sistema de referência.

Imagine agora um viajante de avião. O avião desenvolve uma velocidade praticamente constante e não sofre oscilações nem trepidações (em condições ideais). Segundo a relatividade Galileana, por intermédio de experiências realizadas no interior do avião, nunca conseguir-se-ia verificar se o avião se desloca realmente. Do mesmo modo, sem

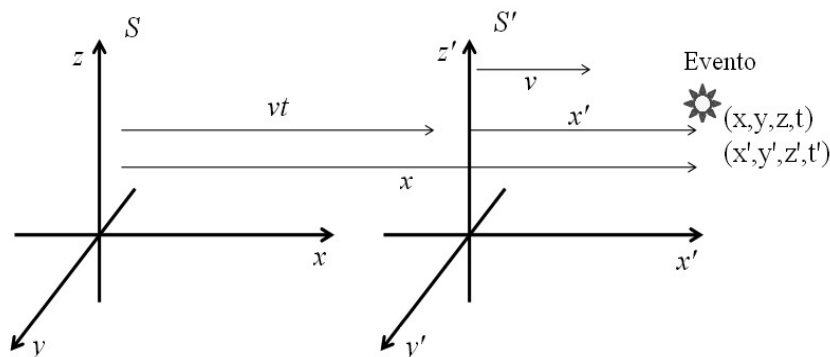
recorrer ao exterior do planeta, é impossível constatar o seu movimento de translação ao redor do sol [2].

Ao estudarmos um movimento, precisamos sempre definir qual o referencial escolhido. O cientista italiano Galileu Galilei introduziu o conceito de referencial inercial, em relação aos quais os corpos, livres da ação de forças, estão em repouso ou realizam movimento retilíneo com velocidade constante. Qualquer outro referencial que se mova, relativamente ao primeiro, em linha reta e com velocidade constante, também será considerado inercial e equivalente ao primeiro.

## 1.2 TRANSFORMAÇÕES DE GALILEU

Na física clássica o estado de um sistema mecânico num certo instante pode ser completamente descrito se construirmos um sistema de referência e o usarmos para especificar as coordenadas das partículas que constituem tal sistema em relação ao tempo. Se conhecermos as massas das partículas e as forças que atuam sobre elas, as leis de Newton tornam possível o cálculo do estado do sistema em qualquer instante futuro em termos do seu estado no instante inicial.

A Fig.(1.2) mostra dois referenciais, os quais denominaremos referenciais  $S$  e  $S'$ , que movem-se relativamente um ao outro com velocidade  $v$ . A origem de  $S'$  move-se com velocidade  $v$  ao longo do eixo  $x$  de  $S$ , de modo que os eixos  $y$  e  $y'$ , e  $z$  e  $z'$  permanecem paralelos no decorrer do movimento. Num instante  $t = t' = 0$ , as origens desses dois referenciais coincidem uma com a outra ( $x = x' = 0$ ).



**FIG. 1.2** Ocorrência de um evento nos referenciais  $S$  e  $S'$ .

## 4 FÍSICA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

Suponha a ocorrência de um pulso luminoso no referencial  $S$ , nas coordenadas espaciais  $(x, y, z)$  e num instante de tempo  $t$ . O mesmo evento ocorre nas coordenadas espaciais  $(x', y', z')$  e num instante de tempo  $t'$  no referencial  $S'$ . Trabalhando junto com as coordenadas espaciais e temporais, se um evento físico qualquer acontece nas coordenadas  $(x, y, z)$  do referencial  $S$ , podemos determinar as correspondentes coordenadas  $(x', y', z')$  do referencial  $S'$ . Essa relação é obtida através das transformações de Galileu [3]:

$$x = x' + vt \quad y = y' \quad z = z' \quad t = t' \quad (1)$$

Perceba que, na transformação para a coordenada  $x$ , a posição em  $S$  (posição  $x$ ) é igual a posição em  $S'$  ( $x'$ ), mais o quanto o referencial  $S'$  se afastou do referencial  $S$ , cuja distância é  $vt$ . Por isso soma-se  $x'$  com  $vt$ . As transformações para  $y$  e  $z$  são iguais nos dois referenciais pois, neste caso, o movimento é ortogonal a estas coordenadas, não ocasionando movimento relativo nessas direções. Em relação ao tempo,  $t = t'$ , pois ele é uma grandeza invariante na mecânica clássica, independente do referencial em que é medido.

Reciprocamente, se conhecemos as coordenadas de  $S'$ , podemos determinar a partir de (1), as coordenadas do mesmo evento no referencial  $S$ , através das transformadas de Galileu inversas:

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t \quad (2)$$

Vamos considerar uma partícula movendo-se ao longo do eixo  $x$ . Se ela tiver uma velocidade  $u_x$  no referencial  $S$ , a sua velocidade no referencial  $S'$  será  $u'_x$ <sup>1</sup>. Em termos da variação do espaço  $\Delta x$  e do tempo  $\Delta t$ , a velocidade é definida por  $v = \Delta x / \Delta t$ . Sendo  $u'_x = \Delta x' / \Delta t'$ ,  $x' = x - vt$  e  $t = t'$ , obtemos o chamado teorema de adição de velocidades:

$$u'_x = u_x - v \quad (3)$$

1. Neste caso vamos usar  $u$  para a velocidade, para distinguir de  $v$ , que é utilizado para a velocidade de referenciais.