# A GEOMETRIA DE LAZARE CARNOT

## e suas potencialidades para o ensino na Educação Básica

Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves
Iran Abreu Mendes

# A GEOMETRIA DE LAZARE CARNOT

## e suas potencialidades para o ensino na Educação Básica

LF EDITORIAL

Copyright © 2025 Os Autores

*Editores:* José Roberto Marinho e Victor Pereira Marinho
*Projeto gráfico e Diagramação:* Horizon Soluções Editoriais
*Capa:* Horizon Soluções Editoriais

*Texto em conformidade com as novas regras ortográficas do Acordo da Língua Portuguesa.*

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Gonçalves, Francisco Djnnathan da Silva

A geometria de Lazare Carnot e suas potencialidades para o ensino na educação básica. / Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves, Iran Abreu Mendes - São Paulo: LF Editorial, 2025.

Bibliografia.
ISBN: 978-65-5563-533-1

1. Carnot, Lazare, 1753-1823 2. Educação básica 3. Educação - Métodos 4. Geometria 5. Geometria - História I. Mendes, Iran Abreu. II. Título.

25-249164 CDD: 516

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Geometria 516

Eliete Marques da Silva – Bibliotecária – CRB-8/9380

ISBN: 978-65-5563-533-1

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão dos autores. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

Impresso no Brasil | *Printed in Brazil*

**LF Editorial**
Fone: (11) 2648-6666 / Loja (IFUSP)
Fone: (11) 3936-3413 / Editora
www.livrariadafisica.com.br | www.lfeditorial.com.br

# CONSELHO EDITORIAL

**Amílcar Pinto Martins**
Universidade Aberta de Portugal

**Arthur Belford Powell**
Rutgers University, Newark, USA

**Carlos Aldemir Farias da Silva**
Universidade Federal do Pará

**Emmánuel Lizcano Fernandes**
UNED, Madri

**Iran Abreu Mendes**
Universidade Federal do Pará

**José D'Assunção Barros**
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

**Luis Radford**
Universidade Laurentienne, Canadá

**Manoel de Campos Almeida**
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

**Maria Aparecida Viggiani Bicudo**
Universidade Estadual Paulista - UNESP/Rio Claro

**Maria da Conceição Xavier de Almeida**
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

**Maria do Socorro de Sousa**
Universidade Federal do Ceará

**Maria Luisa Oliveras**
Universidade de Granada, Espanha

**Maria Marly de Oliveira**
Universidade Federal Rural de Pernambuco

**Raquel Gonçalves-Maia**
Universidade de Lisboa

**Teresa Vergani**
Universidade Aberta de Portugal

# Prefácio

*O que poderia ser mais simples do que a ideia de objetos cujas propriedades o matemático se proporia a conhecer?*

(Maurice Caveing, 2004)

A questão lançada por Maurice Caveing (2004) em seu livro intitulado *Le problème des objets dans la pensée mathématique* (O problema dos objetos no pensamento matemático) nos provoca a pensar sobre os modos como em seu decurso milenar a matemática foi contemporânea de doutrinas do conhecimento muito diversas, ou seja, fazia parte do que Ludwik Fleck (2010) denomina de um coletivo de pensamento em contínua circulação intra e inter coletiva e transformação, que talvez tenha lhe possibilitado ser caracterizada como descritiva e explicativa dos mais variados objetos componentes do ambiente natural e sociocultural habitado por nós humanos.

Logo, podemos exercitar um pouco da nossa compreensão a respeito dos processos de identificação das propriedades de cada objeto em busca de estabelecer suas formas de representação e relações com vistas a firmar algumas formas de explicitação descritiva do que seria cada um desses objetos, quando distanciados do mundo concreto para se constituir em um novo mundo, habitado pelas representações do mundo físico. Essa dinâmica de problematização para indagar-se sobre os objetos, inaugurou diversos modos de olhar as coisas e formular termos que pudessem falar delas, tal como abordado por Michel Foucault (2002) em *As palavras e as coisas*, para discorrer sobre a prosa do mundo e os processos de descrição, nominação, representação e limitações dessas representações. Podemos interpretar que as coisas das quais trata Foucault são similarmente aproximadas aos objetos dos quais trata Caveing (2004).

A procura e o alcance de descrições, denominações, caracterizações e verificações de propriedades dos objetos matemáticos, sofreram processamentos diversos. Dessa dinâmica, ocorreram várias reformulações explicativas com base em uma diversidade de olhares dados a esses objetos, que muitas vezes foram impactados pelas representações anteriormente estabelecidas. Talvez seja esse o caso dos objetos pertencentes ao campo da geometria, que ao longo dos séculos sofreram inúmeras variações interpretativas, ocasionando a ampliação da topologia conceitual desses objetos de conhecimento no que concerne ao campo da matemática em suas interações com outros campos de conhecimento como a arte visual em geral, a arquitetura, a geografia, dentre outros campos de conhecimento que se fundamentam na expressão das formas para dar sentido aos objetos do mundo físico por meio dos mais diversos modos de expressão.

A esse respeito podemos nos referir às concepções de pesquisa histórica advogadas por Jörn Rüsen (2007) concernentes a unidade do método histórico, pautada em uma tríade operacional, processual e exploratória de fontes históricas que compreendem a heurística, a crítica e a interpretação. Trata-se de tomar a heurística na forma de questionamentos e problematizações, a crítica como forma de composição de um cenário para a interpretação do que já foi dito e o que ainda pode ser interpretado sobre o objeto histórico investigado. Foi, portanto, com base neste tripé metodológico que se realizou o estudo investigativo que resultou neste livro intitulado *A geometria de Lazare Carnot e suas potencialidades para o ensino na Educação Básica*. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica e documental fundamentada em uma análise histórico-epistemológica exploratória e interpretativa de conteúdos expressos em publicações no passado que caracterizam a história da ciência, com base na interpretação como operação metódica de pesquisa historiográfica em busca de subjetivações, a partir da exploração de fontes históricas primárias.

É assim que este livro reflete questionamentos internos dos autores em busca de estabelecer modos de interpretação das informações contidas em textos de Lazare Nicolas Marguerite Carnot sobre geometria, publicados entre 1800 e 1806 tendo em vista identificar possibilidades de estabelecer interconexões que envolvam temas como a correlação entre figuras geométricas, a geometria de posição e uma teoria das transversais, dentre outros temas relativamente associados aos saberes geométricos a ensinar que podem subsidiar a produção de uma geometria para ensinar na Educação Básica, principalmente relacionados a um novo enfoque cultural dado à Matemática atual por meio do qual se pode lançar novas lentes no passado em conexão com o presente, e também representada pelos softwares de geometria dinâmica.

Trata-se de consideramos que os fatos geométricos estabelecidos no passado, presentes nas fontes consultadas, podem ser adaptados à formulação de exercícios e práticas investigativas que envolvam conceitos geométricos extraídos das operações tratadas por Lazare Carnot, tomando como fundamento a interpretação de fontes históricas da Matemática, para o ensino de conceitos geométricos e trigonométricos, a fim de poder reorganizar formas de interpretação do assunto, baseados em um trabalho exaustivo iniciado pela tradução livre do texto, do original em francês e suas complementações, até a identificação e interpretação de operações geométricas e trigonométricas problematizadas a partir dos textos investigados.

Diante do que foi exposto, considero que, dentre outros valores nele contidos, este livro sintetiza uma demonstração de um exercício investigativo que expressa alguns dos modos de se produzir um estudo historiográfico reflexivo que atinge uma meta, mas que ao mesmo tempo segue em direção a outra, ou seja, tem

a vocação de atender a dois eixos temáticos da pesquisa em história da Matemática que a ele estão completamente associados: a história e epistemologia da geometria de Lazare Carnot e os usos didáticos da história dessa geometria para o ensino da Matemática escolar, conforme defendido pelas abordagens teóricas propostas por Mendes (2022; 2023; 2024).

Em forma de síntese podemos asseverar que este livro analisa os fundamentos e os métodos estabelecidos por Lazare Carnot em suas obras sobre geometria, com a intenção de identificar suas potencialidades didáticas para uma abordagem conceitual da geometria nos Ensinos Fundamental (Anos Finais) e Médio, baseada nos conceitos de saberes a ensinar e saberes para ensinar[1], a partir de uma reinterpretação, de modo a identificar conceitos, métodos e abordagens epistêmicas emergentes da escrita de Lazare Carnot sobre geometria, bem como possíveis contribuições históricas e os desdobramentos para uso no ensino de Matemática da atualidade sobre as construções geométricas na Educação Básica.

Para tanto, os autores fizeram um recorte temático na investigação, no âmbito de quatro publicações de Lazare Carnot, escritos entre 1800 e 1806, com o aparato da pesquisa documental, dos aspectos, direcionados à análise histórico-epistemológica, apoiada na análise de conteúdo. Dessa forma, a partir de uma interpretação analítica dos problemas descritos na referida geometria foi possível apontar potencialidades para uma abordagem didática integral, desde as construções geométricas conectadas aos aspectos de generalização, modelos representativos na resolução de problemas e expressões de correlação entre figuras. E assim, pode-se oportunizar uma abordagem de ensino com possibilidade de diálogo entre história da geometria, conceitos geométricos e trigonométricos, e tecnologias de informação e comunicação.

Desejo a todos uma leitura enriquecedora e formativa.

*Iran Abreu Mendes,*
Outubro de 2024.

1 Em todo o texto que compreende a escrita deste livro, o termo *saber* e o termo *conhecimento* serão tomados como sinônimos, pois se torna necessário evitar confusões conceituais emergente das significações conceituais que o termo *saber* adquiriu ao longo dos tempo, por diversas teorias.

## Referências

CAVEING, Maurice. **Le problème des objets dans la pensée mathématique**. Paris: J. Vrin, 2004.

FLECK, Ludwik. **Gênese e desenvolvimento de um fato científico**. Tradução Georg Otte e Mariana Camilo de Oliveira. Belo Horizonte: Ed. Fabrefactum. Coleção Ciência, Tecnologia e Sociedade, 2010.

FOUCAULT, Michel. **As palavras e as coisas**. Tradução Salma Tannus Muchail. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

MENDES, Iran Abreu. **History as a resource for teaching Mathematics**: problematizations and investigative practices. São Paulo: editora Livraria da Física, 2024.

MENDES, Iran Abreu. Relações conceituais entre história, cognição e aprendizagem matemática. In: MENDES, Iran Abreu (Org.). **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. 2. ed. São Paulo: LF Editorial, 2023.

MENDES, Iran Abreu. **Usos da história no ensino de Matemática**: reflexões teóricas e experiências. 3. ed. Revista e Ampliada. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

RÜSEN, Jörn. **Reconstrução do passado**. Teoria da história II: os princípios da pesquisa histórica. Tradução Asta Rose Alcaide. Brasília: Editora UnB, 2007.

# SUMÁRIO

**Prefácio, 7**
*Iran Abreu Mendes*

**1. Apontamentos introdutórios, 13**
1.1 Justificativa, 13
1.2 Revisão Bibliográfica relacionada ao tema, 22
1.3 Objetivos da pesquisa, 27
1.4 Percurso metodológico, 28

**2. Institucionalização de saberes a e para ensinar, 35**
2.1 Sobre a constituição dos saberes, 35
2.2 Dos saberes a ensinar e os saberes para ensinar, 39
2.3 Correlações entre a geometria de posição
e os saberes a e para ensinar, 43

**3. Escritos de Lazare Carnot sobre geometria, 47**
3.1 Síntese do itinerário pessoal e intelectual de Lazare Carnot, 47
3.2 Carta de Carnot para Bossut (1800), 51
3.3 Correlação entre figuras geométricas (1801), 84
3.4 Geometria de Posição (1803), 107
3.5 Memória e um ensaio sobre a Teoria das Transversais (1806), 127

**4. Problemas geométricos nos escritos de Carnot, 151**
4.1 Análise da segunda publicação de Carnot (1801), 151
4.2 Análise da terceira publicação de Carnot (1803), 184
4.3 Análise da quarta publicação de Carnot (1806), 204

**Considerações Finais, 219**
Antes de "Mais Nada": finalizar para (re)começar, 219

**Referências, 227**

**Sobre os Autores, 233**

# 1
# Apontamentos Introdutórios

Nesta introdução apresentamos o objeto de estudo, as inquietações que nos levaram à investigação e uma síntese do que os documentos oficiais expressam acerca da geometria que se ensina na Educação Básica. Tal momento, estrutura-se da seguinte forma: 1) a situação do ensino de geometria, a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a justificativa do que assumimos como pesquisa; 2) as inquietações que formulamos sobre o objeto de estudo; 3) nossa questão norteadora, nossos objetivos, referencial teórico e percurso metodológico assumido e a afirmação de um argumento favorável ao uso do trabalho de Carnot, que defendemos neste livro.

## 1.1 Justificativa

Para iniciar nossa entrada no tema deste livro, refletimos sobre os modos como, em nossa atuação docente nas salas de aulas, podemos proporcionar a vivência dos estudantes em um ambiente rico em ações investigativas possibilitadas por procedimentos metodológicos de ensino que instiguem os estudantes a participarem efetivamente das atividades propostas, na perspectiva de alcançarem seu desenvolvimento cognitivo para ocupação de um lugar na sociedade da qual fazem parte. Igualmente, os licenciados devem compreender que o ambiente escolar não se constitui em uma "via de mão única", ou seja, que o objetivo do ensino não deve contemplar apenas as explicações específicas de sua formação.

Precisamos, então, considerar que quando os estudantes adentram as salas de aulas já possuem saberes escolares ou não escolares que podem ser acessados pelo professor, e que poderão ser úteis no estabelecimento de relação e acomodação dos novos saberes a serem mobilizados para o alcance de sua aprendizagem escolar. Logo, para esse fim torna-se essencial que a efetivação do processo de ensino e aprendizagem seja compreendida como um processo de (re)significação de práticas socioculturais a serem incorporadas às aulas de Matemática, quer seja no Ensino Superior ou na Educação Básica para que possam ampliar a rede de significados metacognitivos relacionados aos conceitos matemáticos escolares abordados pelo professor.

É sabido que o ensino da Matemática ocupa, na Educação Básica, um patamar de alicerce, com o qual os estudantes ao se apropriarem dos conceitos vistos nesta disciplina, possam usufruir de sua apropriação em outros contextos socioculturais, seja como conectores de outras disciplinas correlacionadas ou não, seja

na atuação no meio social em que vivenciam suas experiências pessoais, profissionais ou acadêmicas. Portanto, é possível admitir que nessa dinâmica o processo de ensino de Matemática pode promover uma aprendizagem centrada no desenvolvimento de habilidades de cálculo, raciocínio, estratégia de pensamento e produção de conhecimento, como as estratégias para solucionar problemas de ordem prática, capacidade de leitura e interpretação de diversos contextos problemáticos desafiadores, entre outros.

Neste sentido, as ações docentes são fundamentais para provocar inquietações nos estudantes, que levem à emersão de uma compreensão acerca do que está estudando em sala de aula, e quais as relações desse aprendizado com os desdobramentos que poderão ser evidenciados fora da escola. Neste caso, trata-se da preparação de um espírito problematizador na formação educativa dos estudantes, que possibilitem a ascensão de questionamentos, levantamentos de hipóteses e proposição de respostas às suas problematizações.

Contudo, destacamos que no caso dos professores de Matemática recém formados, podem emergir problematizações e questionamentos que levem em consideração sua formação acadêmica recente, principalmente sobre os conhecimentos assimilados para exercer seu ofício de docência, a saber: 1) Que saberes docentes esses professores incorporaram da sua formação inicial? 2) Que teorias do ensino e de aprendizagem os docentes assumirão no seu exercício docente? 3) Que metodologias de ensino da sua formação licenciada foi incorporada à sua prática ao iniciar sua ação docente? 4) Que unidade temática[2] será mais discutida no decurso de cada ano de ensino?

Esclarecemos que neste livro não responderemos os questionamentos mencionados no parágrafo anterior, mas daremos atenção a última questão, que relaciona os conteúdos a serem contemplados (ênfase) na trajetória do ensino promovido pelos docentes da Matemática, por considerar que quando recorremos à unidade temática que será mais discutida neste livro, compreendemos as escolhas em termos de unidade de conhecimento que terá maior ênfase ou aqueles conteúdos que os docentes assumem como "principais", sem a necessidade de expormos características que apresentem possíveis limitações do fazer docente. A parir do que apresentamos como problematização, análise e reflexão no decorrer deste livro, caberá a cada leitor a ampliação e suas reflexões para outros subtemas ou unidades temáticas que, certamente, poderá abordar no seu exercício docente.

A respeito do que discorremos nos parágrafos anteriores, compreendemos que nossa formação inicial e nosso modo de exercer a docência na Educação Básica e na formação de professores de Matemática, nos fizeram perceber diversas

2 Termo utilizado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para se referir à estrutura pensada no documento, para correlacionar e orientar sobre a formulação de habilidades. No que concerne à Matemática são propostas cinco unidades, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística.

lacunas relativas aos conteúdos matemáticos a serem ensinados, oriundos de nossa formação licenciada. A busca de superação desse problema concernente as lacunas sobre os saberes *a* ensinar e os saberes *para ensinar*[3] foram superados lenta e progressivamente no decorrer da nossa aprendizagem da docência, conjuntamente com nosso processo de autoformação, materializada em estudos e discussões com grupos profissionais, bem como no investimento em leituras e bibliografias específicas sobre os temas que nos desafiaram ao longo do exercício profissional docente.

Em direção distinta a essa que evidenciamos como integrante desse processo de prática docente e autoformação profissional, verificamos documentos oficiais que imprimem orientações, das quais algumas são destacadas aqui, referentes a abordagem sobre geometria no Ensino Fundamental (anos iniciais e finais). Tais descrições documentais compreendem aspectos relacionados à continuidade do desenvolvimento de conceitos geométricos, de forma gradual, tendo em vista que seus objetivos contemplam a efetivação de habilidades e competências. De fato,

> a geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (Brasil, 2018, p. 271).

Daí interpretamos que a BNCC se constitui em um documento reorientador de currículos escolares e programas de ensino (de Matemática), como no exemplo da organização do ensino de geometria voltado à construção, à representação e à interdependência. Essa conformação estrutural que estabelece conexões entre os entes matemáticos, pode oportunizar uma formação integral e com significados para a vida do estudante, que pode ser identificada no exercício de um pensamento geométrico que recorre, não apenas aos cálculos de áreas e volumes, mas a percepção e elaboração de uma geometria estruturada além dos procedimentos algorítmicos de cálculo. Portanto, é satisfatório perceber que a BNCC esmiúça os objetivos de aprendizagens que devem ocorrer na Matemática, de modo que exista uma determinada sequência e as progressões das ideias interconectadas

3 Ao longo deste livro utilizaremos em itálico os termos *a* e *para*, quando estiverem relacionados aos saberes: saberes *a* ensinar e saberes *para* ensinar.

no interior do componente curricular e também com outras áreas de conhecimento disciplinar e não disciplinar.

Na relação com o tema geométrico abordado neste livro, identificamos uma complementação que nos levasse a compreender o surgimento do caráter geométrico[4] assumido no Brasil, direcionado a abordagem da Matemática na formação militar, cujos objetivos centraram-se nas construções de armas e fortificações, destinadas a guerra. Nesse intuito, buscamos no levantamento histórico elaborado por Meneses (2007), evidências da organização dessa geometria até a sua sistematização na forma de uma disciplina escolar.

> Toda essa valorização dos conteúdos matemáticos (Álgebra, Aritmética e principalmente Geometria) para os cursos superiores, serviu como um propulsor dessas disciplinas no ensino secundário. Além disso, essa valorização serviu para caracterizar essas disciplinas, não só mais como disciplinas ligadas à necessidades militares, e sim como disciplinas de sua importância para a formação do candidato ao ensino superior. Em outras palavras, o ensino dessas disciplinas deixou de ter um caráter militar e foi se tornando conhecimento de uma cultura geral escolar necessário a formação humana, fazendo com que esses conhecimentos fossem conduzidos a se transformar em disciplinas escolares autônomas, regulamentadas pelo poder público e caracterizadas como um conhecimento não mais específico, mas de cultura geral escolar (Meneses, 2007, p. 53).

Em outra produção recente de pesquisa relacionada ao tema, intitulada *Artes matemáticas, ciências e técnicas na Amazônia do século XVIII* (Mendes, 2022a), o autor discorre sobre práticas científicas e técnicas mobilizadas da Europa para a Amazônia brasileira no século XVIII, envolvendo engenheiros e militares europeus para a realização de atividades demarcadoras territoriais na Região Amazônica. Nesse contexto, foram abordados diversos temas matemáticos nas aulas militares e aulas de artilharia, ministradas na região com vistas a formação técnica para a construção de aparatos arquitetônicos civis e militares no local, bem como para a defesa do território e para o mapeamento da Amazônia. Nesse trabalho foram tomados diversos estudos sobre álgebra, geometria euclidiana, construções geométricas e desenho, Trigonometria Retilínea e Trigonometria Esférica, entre outros temas matemáticos. Posteriormente esses temas deram origem aos currículos e programas de formação técnica referente às escolas de engenharias e disciplinas matemáticas dos cursos de ensino secundário na região.

4 Geometria prática que estava relacionada a compreensão dos fazeres, em especial, ao militarismo (à guerra) e geometria especulativa que se destinava ao rigor (sistematização em teoremas e axiomas) (cf. Meneses, 2007).

Com base nos registros históricos mencionados nos parágrafos anteriores, queremos evidenciar possibilidades de aprofundamentos sobre o tema relativo à configuração da geometria no âmbito da Educação Básica, desde o seu surgimento como disciplina até o documento norteador de elaboração do currículo escolar. Por mais que destinemos a atenção à construção geométrica, item essencial desse livro, que terá ênfase e constituirá como algo fundamental para as discussões que assumimos, não poderíamos deixar de fazer elos entre a organização das Matemáticas (Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria).

Como mencionamos, o estudo da geometria que a BNCC orienta, leva em consideração o retorno, prosseguimento e sistematização dos conhecimentos evidenciados em etapas anteriores. As generalizações, a partir de propriedades que são demonstradas dos teoremas como a soma de ângulos internos de polígonos, congruência de triângulos, entre outros, subsidiam os arranjos da disciplina Matemática. Quando chega ao Ensino Médio, existe um trabalho interventivo nos aspectos geométricos que se relacionam com o conceito de vetores numa perspectiva geométrica e algébrica, caracterizados por segmentos orientados – direção, comprimento e sentido, bem como por suas coordenadas. Ademais, há um direcionamento acerca da interpretação e representação geométrica, tendo por base o uso de materiais de desenho, como régua e compasso, mas também o apoio de softwares especializados para as construções geométricas de forma mais dinâmica como o Geogebra, dentre outros.

De fato, ao focarmos na realidade evidenciada atualmente nos currículos e programas de Matemática, na distribuição organizada dos conteúdos e na carga horária correspondente a cada componente ou conteúdo, verificamos que são insuficientes. Existe um exagero na abordagem dos temas por meio de procedimentos algorítmicos e algébricos, em detrimento da parte referente às construções e interpretações geométricas em si, ficando a cargo do docente a inserção dessas práticas geométricas nas aulas, mas que muitas vezes são deixadas de lado, e os conceitos destinados a esse ramo do conhecimento matemático quase sempre não são tratados, ou quando muito ficam para a finalização do ano letivo.

Em outros termos, quando propomos que na escola a abordagem dada ao ensino de geometria seja relacionada às construções geométricas percebemos que há um afastamento, principalmente se o docente tem como texto-base os livros didáticos, uma vez que esses livros não explicitam a geometria como algo inacabado e originado por meio de processos construtivos. O que muitos desses livros fazem é mostrar os objetos geométricos como imagem da perfeição de objetos da realidade natural e sociocultural, que se resumem quase sempre na construção de objetos retangulares e ortogonais, triangulares e poliédricos, todos regulares, assim como em algumas vezes os objetos de forma circular ou esférica. Muito raramente encontramos nesses livros outros objetos geométricos que fogem a esses modelos regulares

ideais que não refletem a diversidade de modelos irregulares que precisam ser construídos geometricamente e interpretados pelos estudantes.

Em consonância com as informações descritas, voltadas às preocupações acerca do ensino de geometria, emergiu a investigação feita em periódicos da área de Educação Matemática entre 2000 e 2014, que por meio das análises mostraram os enfoques relativos à geometria, como: 1) a resolução de problemas; 2) os livros didáticos; 3) as dificuldades dos estudantes; e 4) as geometrias não-euclidianas. Esses enfoques representaram os diferentes modos de abordagem dados pelos pesquisadores aos conceitos geométricos no desenvolvimento de suas aulas, principalmente considerando as lacunas existentes e as possibilidades de propor novos encaminhamentos que possam dar mais significado ao assunto na sala de aula (Clemente *et al*, 2015). É possível destacar, ainda, que há um reconhecimento sobre a importância dos aspectos geométricos para Matemática da Educação Básica, mesmo que haja discordâncias em torno da efetivação de procedimentos didáticos que possam tratar dos conceitos geométricos considerando apenas os aspectos operacionais de cálculos que envolvem fórmulas, como para a determinação das medidas de áreas e volumes de formas geométricas.

Em contraponto ao que mencionamos no final do parágrafo anterior, excertos de documentos oficiais asseveram que

> [...] a geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmicos e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam "fazer a quadratura de uma figura"). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau (Brasil, 2018, pp. 272-273).

Em outras palavras, o excerto destacado anteriormente deixa muito claro a importância de se inserir aspectos históricos sobre o tema para reiterar que o conhecimento geométrico vem se desenvolvendo continuadamente na organização das sociedades, necessitando sempre atualizar-se conforme a dinâmica social espaço-temporal. Nesse sentido, surgiu nossa inquietação para investigar acerca de documentos que pudessem subsidiar uma proposta de abordagem conceitual e didática para os conceitos geométricos a serem ensinados na Educação Básica. No decurso das leituras, emergiram teses e dissertações que mencionavam os escritos sobre geometria, propostas por vários autores, incluindo o trabalho de Lazare Nicolas Marguerite Carnot, que se tornou o objeto focal das discussões apresentadas neste livro.

Cabe aqui destacar que o foco de estudo mencionado tem relação direta com os pressupostos de pesquisas advogados pela Educação Matemática e está localizado em uma região epistemológica de viés histórico por meio da qual se evidenciam as investigações sobre História e Epistemologia da Matemática[5] (HEpM) com contributos significativos para o fortalecimento de uma abordagem conceitual e didática de conceitos matemáticos, aqui direcionado especificamente para a geometria. Todavia, veremos mais adiante que o modo como trataremos do tema, também está inserido em outra dimensão das pesquisas em história da Matemática, que trata das investigações em História para o Ensino da Matemática (HEnM)[6]. É notório que os investimentos com aparato reflexivo e ação por meio de uma abordagem didática investigativa conduzem às aulas de Matemática, de modo que o envolvimento em situações históricas dá sentido às aprendizagens com significado.

O aumento dessas pesquisas oportuniza um olhar mais aguçado para as matrizes teóricas assumidas pelos pesquisadores desse campo de conhecimento, tendo por base o lugar de origem de seus referenciais teóricos e os encaminhamentos dados por estes para corroborar com os saberes a serem efetivados no decurso das aulas. Quando nos referimos a essas pesquisas, que contemplam o desenvolvimento histórico conceitual na forma de uma análise epistemológica, oportunizamos a realização de uma investigação acerca da essência e desenvolvimento dos entes matemáticos que devem ser ensinados para que possam ser melhor apreendidos pelos estudantes.

Neste contexto, apostamos na nossa curiosidade investigativa e verificamos que entre os anos de 1800 a 1806, Lazare Carnot desenvolveu estudos acerca da geometria, distribuídos em uma tetralogia[7], a saber: 1) *Lettre du citoyen Carnot au citoyen Bossut contenant quelques vues nouvelles sur la trigonométrie*[8] (1800), consiste em um documento enviado por Carnot a Bossut, com ideias sobre trigonometria; 2) *De la corrélation des figures de géométrie*[9] (1801), na qual esmiúça definições a respeito das distinções dos sistemas de quantidades (primitivos e correlativos) utilizados, bem como a distribuição dessas quantidades (direta e inversa); 3) *Géométrie de position*[10] (1803), com a qual apresenta considerações acerca de problemas geométricos, em especial, sobre a diversidade de posições correspondentes às figuras comparadas e à desvinculação de tais resultados com os isolamentos dado

5 Para maiores esclarecimentos, conferir os estudos realizados por Mendes (2012, 2014, 2015, 2018a; 2018b, 2019) e acessar o repositório digital, Centro Brasileiro de Referência em Pesquisas sobre História da Matemática (CREPHIMat).

6 Para maiores aprofundamentos ver: Mendes, Iran Abreu (b). Usos da história no ensino de Matemática: reflexões teóricas e experiencias. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

7 O termo utilizado "tetralogia" refere-se aos materiais escritos de Lazare Carnot sobre a geometria (um artigo e os três livros).

8 Carta do cidadão Carnot ao cidadão Bossut contendo algumas visões novas sobre trigonometria (tradução livre).

9 A correlação das figuras geométricas (tradução livre).

10 Geometria de posição.

pelo cálculo. Evidencia ainda, o caráter distintivo e as transformações de sinais como objeto essencial, denominadas de geometria de posição; e 4) *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace ; suivi d'un essai sur la théorie des transversales*[11] (1806), que se constitui em um ensaio contendo explicações sobre as geometrias bidimensional e tridimensional, com aspectos relativos às decomposições de quaisquer figuras planas em triângulos, ou até mesmo na redução à trigonometria. Além de considerar, analogamente, quando se refere às formas sólidas ou poliédricas que podem ser decompostas em pirâmides triangulares.

De posse dessa produção (tetralogia de Carnot) tomadas como fontes primárias[12] e cientes do caminho a ser percorrido, relacionado à pesquisa projetada, passamos ao aprofundamento dos estudos e da organização e análise das informações emergentes da pesquisa junto as fontes, com vistas a exploração ampla do objeto de estudo intitulado: *A geometria de Carnot e suas potencialidades para o ensino na Educação Básica*, principalmente por possibilitar a elaboração de encaminhamentos teórico-práticos para uma abordagem didática dos conceitos geométricos nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

É óbvio que o ensino de geometria necessita de atenção e deve ser enfatizado na forma de tarefas que auxiliem os estudantes a analisarem, produzirem transformações e perceberem o inacabamento do processo de apreender os conceitos matemáticos escolares no âmbito da Educação Básica. A ideia consiste em criar uma forma de adequar os princípios norteadores do tratamento geométrico, com procedimentos que exibam efetivamente as elaborações geométricas (construções) e oportunizem exercícios de autonomia, descobertas e criações em geometria.

Para corroborar com a investigação do objeto de estudo, elegemos a seguinte questão norteadora de pesquisa: *Que potencialidades conceitual e didática para o ensino de geometria podem ser identificadas e explorados nos escritos de Carnot, para reorientação das abordagens escolares em geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio?* Foi com base nessa questão que estabelecemos relações voltadas à apreensão de significados geométricos, com conexões à realidade dos estudantes, sem perder de vista a importância da linguagem matemática (simbólica, representativa e argumentativa).

Trata-se, portanto de perceber que o conhecimento de geometria proposto para ser abordado na Educação Básica não pode limitar o estudante ao uso de fórmulas relacionadas as áreas de figuras planas e volumes de formas espaciais. Mesmo que a consideração descrita pela BNCC (Brasil, 2018) para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, seja diferente dessa que acabamos de evidenciar, os

11 Memória da relação que existe entre as respectivas distâncias de cinco pontos arbitrários capturados no espaço; seguido de um ensaio sobre a teoria da transversal.

12 Afirmamos que os escritos de Carnot sobre geometria não foram traduzidos para outros idiomas. Contudo, para a análise e elaboração deste livro, fizemos uma primeira versão da tradução para língua portuguesa. No decurso do livro, inserimos fragmentos que esboçam partes importantes, as quais trazem consigo os conceitos relativos à geometria estudada e descrita por Lazare Carnot (1753-1823).