

INTUIÇÃO E CONCEITO

A TRANSFORMAÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO
DE KANT A BOLZANO



Conselho Editorial da LF Editorial

Amílcar Pinto Martins - Universidade Aberta de Portugal

Arthur Belford Powell - Rutgers University, Newark, USA

Carlos Aldemir Farias da Silva - Universidade Federal do Pará

Emmánuel Lizcano Fernandes - UNED, Madri

Iran Abreu Mendes - Universidade Federal do Pará

José D'Assunção Barros - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Luis Radford - Universidade Laurentienne, Canadá

Manoel de Campos Almeida - Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Maria Aparecida Viggiani Bicudo - Universidade Estadual Paulista - UNESP/Rio Claro

Maria da Conceição Xavier de Almeida - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Maria do Socorro de Sousa - Universidade Federal do Ceará

Maria Luisa Oliveras - Universidade de Granada, Espanha

Maria Marly de Oliveira - Universidade Federal Rural de Pernambuco

Raquel Gonçalves-Maia - Universidade de Lisboa

Teresa Vergani - Universidade Aberta de Portugal

Humberto de Assis Clímaco

INTUIÇÃO E CONCEITO

A TRANSFORMAÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO
DE KANT A BOLZANO



2025

Copyright © 2025 Humberto de Assis Clímaco
1ª Edição

Direção editorial: Victor Pereira Marinho e José Roberto Marinho

Capa: Fabrício Ribeiro

Projeto gráfico e diagramação: Fabrício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Clímaco, Humberto de Assis
Intuição e conceito: a transformação do pensamento matemático de Kant a Bolzano / Humberto
de Assis Clímaco. – São Paulo: LF Editorial, 2025.

Bibliografia.
ISBN 978-65-5563-587-4

1. Bolzano, Bernard, 1781-1848 2. Educação 3. Intuição (Psicologia) 4. Kant, Immanuel, 1724-18045.
Matemática 6. Matemática - Filosofia I. Título.

25-273477

CDD-510.1

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática: Filosofia 510.1

Eliane de Freitas Leite - Bibliotecária - CRB 8/8415

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107
da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



EDITORIAL

LF Editorial

www.livrariadafisica.com.br

www.lfeditorial.com.br

(11) 2648-6666 | Loja do Instituto de Física da USP

(11) 3936-3413 | Editora

Este livro é resultado da reescrita da tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Goiás com o mesmo título.

Dedicatória: a Michael Otte.

SUMÁRIO

Introdução	11
------------------	----

Capítulo 1

Três problemas filosóficos da matemática e as transformações na noção de conceito	21
As dicotomias	21
Análise e síntese	21
Métodos e objetos	23
Intensão e Extensão.....	25
Transformações na noção de conceito ocorridas até o período histórico anterior a Kant.....	27
Da Grécia Antiga ao Renascimento: as teses gerais da conceitualização e a crítica de Cassirer	28
A “Época Clássica” (Foucault): de conceito como substância a conceito como função	31
Da concepção cartesiana de conceito à expansão do newtonianismo realizada pelo Iluminismo	32
Leibniz, uma nova forma de análise e a preparação da temática kantiana ..	36
Apêndice: relação entre as transformações ocorridas na Matemática e as ocorridas na Filosofia no período estudado no presente capítulo.....	40
A análise matemática de Descartes.....	41
A análise no século XVII após Descartes: Newton, Leibniz e os fundamentos do Cálculo.....	42
Consequências e causas matemáticas das transformações ocorridas na noção de conceito	43

Capítulo 2

Intuição e conceito na filosofia e na matemática de Kant.....	45
Introdução	45
Principais características da filosofia crítica de Kant.....	45
A influência de Hume	47
A distinção entre juízos sintéticos e juízos analíticos	50
Apresentação do problema	50
Representação, intuição e conceito.....	56
A crítica de Kant às provas da existência de Deus e a questão da existência dos objetos matemáticos.....	59
Intuição e conceito na filosofia da matemática kantiana.....	63
A respeito da universalidade de intuições particulares e o papel dos diagramas na filosofia da matemática de Kant.....	63
Consequências	69
A mudança realizada por Kant na noção de conceito	72
A lógica da noção de relação.....	72
A crítica de Bolzano e dos filósofos analíticos a Kant.....	76

Capítulo 3

Intuição e conceito na filosofia e na matemática de Bolzano	79
Introdução	79
Apresentação geral de vida e obra.....	79
Vida e resumo da trajetória intelectual	79
Bolzano e o Iluminismo Católico	82
A obra de Bolzano e suas contribuições para o debate sobre a natureza das provas existente na Educação Matemática	83
Breve histórico da reedição das obras de Bolzano.....	83
Bolzano e o debate atual na Educação Matemática.....	85
Intuição e conceito na matemática de Bolzano e as diferentes definições que ele dá da matemática.....	88

Ideias de Bolzano para a reorganização da matemática e a importância dada à conceitualização.....	88
A crítica de Bolzano à filosofia da matemática de Kant e sua própria oscilação na definição de matemática	90
O Teorema do Valor Intermediário	94
Consequências matemáticas do Teorema do Valor Intermediário	97
O significado histórico da aritmetização da análise	99
Uma filosofia da matemática correspondente à aritmetização e volta ao Kant	101
A influência de Bolzano e a volta à filosofia da matemática de Kant.....	103
Intuição e conceito na <i>Doutrina da Ciência – Wissenschaftslehre</i>	109
A influência filosófica da obra de Bolzano	109
Lógica e conceitos em si.....	113
A nova diferenciação entre analítico e sintético	118
A relação entre aprioridade e universalidade.....	123
Definição de intuição e de conceito	126
Fundamentação e consequência lógica.....	126
Generalização e universalização.....	128
Estruturação do conhecimento e didática.....	129

Capítulo 4

A Revolução Industrial e a concepção social de conhecimento do século XIX: elementos de conclusão sobre a relação entre as transformações sociais e o surgimento de preocupações didáticas	131
Introdução	131
As transformações na matemática, na cultura e na educação	132
As transformações na indústria, a auto-reflexão e a teoria do conhecimento	146
Humboldt e a educação como <i>Paideia</i>	150
Referências	161

Introdução

No presente livro se investiga como se deu a relação entre intuição e conceito no contexto das profundas transformações que levaram à formação da matemática pura no século XIX. A compreensão desta relação não depende apenas de questões internas à matemática, nem pode se dar de maneira adequada somente por meio da análise de seus aspectos técnicos. Para compreendê-la, foi necessário investigar alguns dos mais importantes problemas filosóficos da matemática no contexto das transformações sociais, culturais e educacionais que ocorreram no período que vai do final do século XVIII ao início do século XIX, quando a *Matemática Pura* surgiu juntamente com uma transformação profunda na noção de conceito. Também foi necessário compreender como as transformações ocorridas neste período significaram o ápice de uma série de modificações que já haviam começado no século XVI com o advento da Revolução Científica e da obra de Descartes.

Há questões que podem parecer meramente técnicas para o leitor atual, mas que exerciam profunda influência na cultura e no pensamento antes de serem formuladas como o foram após o advento da matemática pura. Muitos matemáticos dos séculos XVI ao XIX concebiam sua pesquisa matemática como uma investigação filosófica, e se questões que nos dias atuais parecem problemas de especialistas forem descartadas dos estudos do historiador, perde-se a riqueza do contexto em que surgiram. Além disso, visto que a matemática procura, permanentemente, a generalização por meio da utilização de símbolos intermediários entre os objetos e as cognições, a investigação de como se dá, nela, a relação entre intuição e conceito contribui também para a compreensão de questões filosóficas muito mais amplas.

Diversos trabalhos já consideraram que o estudo histórico dos assuntos internos à matemática é suficiente para compreendê-la adequadamente. Nos últimos anos, outros estudaram os aspectos cultural e social da história da matemática, procurando valorizar o contexto em que esses assuntos surgiram. A primeira visão pressupõe que a história das técnicas basta por si só, sendo o estudo do contexto inútil; para os que defendem a segunda, o estudo do contexto é quase autossuficiente, o que tornaria as questões internas à matemática

algo meramente técnico, portanto, inúteis do ponto de vista cultural ou social. Estas duas visões caem no mesmo erro: julgam as questões internas à matemática como alheias a um contexto mais amplo, tratando de maneira mutuamente excludente o contexto e a técnica, e assim reduzem o pensamento matemático a mera coleção de técnicas ou saber aprofundado específico, próprio de especialistas que não têm relação alguma com o mundo e os processos históricos, culturais e filosóficos que caracterizam o ser humano.

O aspecto estudado na presente obra, que busca mostrar as questões filosóficas, sociais e culturais que envolvem os conceitos matemáticos, não tem merecido atenção nos estudos da Educação Matemática, e pode contribuir para abrir novas perspectivas para esta área do conhecimento, na medida em que reflete sobre os fundamentos daquilo que é mais discutido, na atualidade, na Educação Matemática.

O problema da relação entre intuição e conceito é fundamental para se compreender uma série de questões que são debatidas na Educação Matemática na atualidade: a relação entre conhecimento cotidiano e conhecimento acadêmico; entre o geral e o particular; entre a intuição visual e o trabalho com material concreto; e a questão do significado. Ao realizar a investigação que resultou no presente trabalho, avaliamos que estas questões não vêm sendo discutidas, na maior parte dos trabalhos, de maneira adequada, e que com frequência os autores partem da crença – muito questionável – de que se devem buscar significados da matemática diretamente na intuição empírica. Os defensores desta posição não compreendem que não existem significados nem intuição que sejam independentes da linguagem em que a matemática se expressa.

A despeito das diferenças entre as concepções de conhecimento formuladas implícita ou explicitamente ao longo da história, em geral elas estão relacionadas com a ideia de generalização. Todo conhecimento busca sistematizar, portanto, ir além daquilo que é meramente visto ou sentido. Nenhuma sociedade concebeu como ciência o mero relato de fatos passados ou dados conhecidos. A filosofia sempre afirmou que os fatos nada dizem, por si sós, a respeito da essência ou da generalidade das coisas, na medida em que eles pertencem sempre à experiência singular de um indivíduo colocado em circunstâncias singulares, enquanto a teoria ou os conceitos, os predicados, são gerais.

Mas, o que nos permite concluir que é possível fazer afirmações sobre algo não visto e não experimentado e experienciado? O que nos permite fazer afirmações gerais com base em fatos ou dados particulares? O que nos permite afirmar algo concebível somente pela razão, se nossos sentidos apenas conseguem alcançar o que é particular, aquilo que intuímos a partir de nossa percepção imediata? Como se dá a passagem do particular para o geral? O que são os conceitos gerais a que sempre aspiraram os filósofos, matemáticos e cientistas? Diversas tentativas de responder a essas questões foram feitas já na Grécia Antiga, e muitas delas recorriam a noções como essência, substância e outras semelhantes; uma forma profundamente diferente de respondê-las só começou a ser feita com o advento da Revolução Científica.¹

No século XVIII, quando os pensadores procuraram expandir para todas as ciências os métodos predominantes nessa revolução, de um lado eles foram abandonando as esperanças em encontrar a essência por trás dos fenômenos, e de outro ganhou enorme força a crença em que aquilo que os sentidos nos fornecem mostra a realidade das coisas. A matemática acompanhou de forma não linear esse processo de transformação na forma de conceber o conhecimento: enquanto na Grécia Antiga, onde surgiu a noção de demonstração rigorosa, ela era concebida como modelo de perfeição estética e era voltada para si própria e para a formação do cidadão da *polis*, a Revolução Científica procurou o modelo oposto, ao conceber a matemática como forma de resolver problemas científicos que lhe eram externos. Por outro lado, se em Descartes a matemática tinha a ambição de abarcar, junto com a teologia e a metafísica, todas as formas de conhecimento, o Iluminismo, inicialmente sob o impulso de matematizar e tornar analíticas todas as ciências, acabou libertando as ciências particulares destas três formas (ou seja, a Teologia, a Metafísica e a Matemática) de aprisioná-las numa concepção de razão que se pretendia superior aos fatos.

Mas o otimismo epistemológico do século XVIII começou a se desfazer com a obra de Hume, para o qual a forma de raciocinar que era considerada pelos racionalistas como rigorosa e capaz de conduzir a conhecimento universal e necessário cometia a falácia de pretender ampliar nosso conhecimento

1 Considera-se a Revolução Científica como o conjunto das mudanças ocorridas nas ciências e nas mentalidades ocorridas do período que vai da data de publicação do *De Revolutionibus Orbium Coelestium* (1453) de Copérnico até a de publicação do *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687) de Newton.

utilizando meios capazes apenas de desmembrar e explicar o que já estava contido no conceito conhecido. E, por outro lado, Hume afirmou que a dedução que os empiristas faziam dos universais com base em dados ou fatos particulares seria baseada no hábito, e não em raciocínio rigoroso.

Kant procurou responder à questão levantada por Hume assumindo que o conhecimento da física e da matemática era uma prova de que deveria haver uma forma de se conceber ideias gerais que não fosse redutível ao conhecimento empírico, mas tampouco fosse fruto do desmembramento de algo dado. Desta maneira, revolucionou a forma de conceber o processo de formação de conceitos gerais, concebendo, pela primeira vez na história, a noção de que há algo de construtivo, de propriamente humano, no conhecimento.

A importância de Kant para este trabalho se deve a que, em sua obra, a intuição assumiu um lugar central na explicação de como adquirimos conhecimentos novos, de como é possível fazer afirmações universais e necessárias a respeito de algo que não conhecemos empiricamente; e ao fato de que o conhecimento matemático teve grande importância nessa transformação, na medida em que ele tornou-se paradigma do conhecimento construído pelo sujeito. Kant relacionou esta construtividade à intuição, em particular, à intuição de espaço e tempo, que chamou de “intuições puras” (CRP, A 42/ B 6) e de “formas da intuição sensível” (CRP, B 160), e afirmou que precedem toda possibilidade de conhecimento verdadeiro.

Os historiadores da filosofia costumam afirmar que, com esta transformação, Kant completou a Revolução Científica, visto que, até então, os filósofos consideravam a noção de conceitos gerais como imagem de uma substância, e não como algo construído pelo sujeito, como função.

Kant escreve na introdução da *Crítica da Razão Pura*:

Quando Galileu fez rolar no plano inclinado as esferas, com uma aceleração que ele próprio escolhera, quando Torricelli fez suportar pelo ar um peso, que antecipadamente sabia idêntico ao peso conhecido de uma coluna de água... foi uma iluminação para todos os físicos. Compreenderam que a razão só entende aquilo que produz segundo os seus próprios planos (B XII/XIII).

Resumindo, pode-se afirmar que a realidade sobre a qual as ciências e a matemática tratam desde os tempos de Galileu e Descartes não é mais a de um mundo externo estático, mas a de um mundo modificado pelas atividades e práticas humanas. Galileu não matematizou a Natureza, e sim as técnicas experimentais. Por outro lado, uma outra orientação se juntou a essa transformação durante a época do Iluminismo, a de interesse pela pedagogia e pela didática. A grande *Encyclopédie* de Diderot e d'Alembert testemunha esse interesse.

Até a época de Kant, a matemática era a *Wissenschaft der Grössen*, ciência das quantidades e das grandezas; com a obra de Bolzano, ela tornou-se uma ciência que não mais se define por meio dos objetos aos quais ela se aplica, e passou a ter seu centro na linguagem e nas demonstrações de suas afirmações por meio da linguagem. Ao invés de se preocupar com a natureza e a correspondência entre os conceitos e a realidade, os matemáticos passaram a se preocupar com a comunicação, por isso deram tanta importância ao estudo das proposições, e por isso a lógica voltou a ser valorizada. Com Kant se acentuou a tendência epistemológica da filosofia iniciada com Descartes, mas a transformação que ele realizou na noção de conceito preparou, ao mesmo tempo, a derrocada desta tendência, o que abriu a possibilidade para o surgimento da concepção semântica de Bolzano.

A importância de Bolzano será explicada de maneira ampla e detalhada ao longo do livro, mas adiantamos dois motivos principais: o primeiro é que ele foi pioneiro na proposição da aritmetização da matemática – ou seja, na afirmação de que ela deveria se basear na linguagem aritmética, que pretende ser livre da intuição – o que a tornaria, portanto, uma ciência puramente conceitual. Em segundo lugar porque ele foi o primeiro a afirmar que a verdade não reside nem no mundo interno ao sujeito, nem nos objetos, mas sim na linguagem.² A transformação que Bolzano realizou na matemática e a importância que ele deu à linguagem, num diálogo estreito com a obra de Kant, que dominava o ambiente acadêmico da época, encontra-se no centro da dicotomia entre intuição e conceito. Praticamente não estudado no Brasil, Bolzano é um autor importante para compreender questões fundamentais para o ensino da matemática: como conciliar os aspectos formais e os intuitivos que a

2 Cf. Coffa (1993, p. 76).

constituem? Como falar em significados no contexto de que a própria essência da matemática é abstrata?

Bolzano não se preocupou com questões que dizem respeito às origens do nosso conhecimento, por isso se esforçou por eliminar as noções de espaço e de tempo, bem como qualquer referência à intuição, dos fundamentos da matemática e do conhecimento conceitual. As transformações ocorridas na matemática ao longo dos séculos XIX e XX confirmaram que sem intuição não há conhecimento; no entanto, essa intuição não é empírica, mas diz respeito a contextos próprios dos objetos matemáticos que não são redutíveis à linguagem.

No presente livro procurei mostrar a complementaridade entre os aspectos técnicos e o contexto em que os conceitos matemáticos foram criados e no qual se modificaram. Ao investigar como se deu a relação entre intuição e conceito ao longo do processo que levou à formação da matemática pura, discuti alguns problemas filosóficos que envolveram as transformações ocorridas na matemática desde o século XVI, e cujo desenlace levou, na virada do século XVIII para o XIX, a uma profunda mudança da concepção, dos objetos, dos métodos e da linguagem matemática. Estas questões são relevantes para compreender a contradição entre a simplicidade e a clareza buscadas por Bolzano e por outros criadores da Matemática Pura ao torná-la uma linguagem, e a dificuldade e a falta de significados com que ela costuma ser vista nas escolas. Para compreender a relação destas mudanças com a educação e a cultura, foi necessário analisar os impactos sobre a forma de conceber o conhecimento resultantes da Revolução Industrial.

Foram investigadas, em particular, três dicotomias que estiveram presentes nos debates entre os matemáticos e filósofos, do século XVI ao XIX, que permitem constituir um quadro amplo das grandes transformações por que passou a matemática, tanto em seu aspecto interno quanto no externo, e que influenciaram a formação da matemática pura. O estudo destas dicotomias mostra que algumas questões que parecem meramente técnicas tinham, e muitas vezes guardam até os dias atuais, profundas relações com questões filosóficas fundamentais. Por exemplo: se de um lado é verdade que os matemáticos dos séculos XIX e XX conseguiram dar definições de conceitos relacionados ao infinito que o tornaram simples e até mesmo operativo, de outro, também é verdade que isso só pôde ocorrer como uma espécie de ápice de um conjunto

de transformações ocorridas na nossa forma de conceber o mundo que só foi possível porque ocorreram duros debates envolvendo a teologia, a metafísica e toda a nossa relação com o conhecimento. E as investigações atuais a respeito dos números transfinitos e da análise não convencional mostram que as definições operativas não encerraram os debates filosóficos.

Este livro se propõe a demonstrar três questões fundamentais, que são inseparáveis.

Uma é que o ensino da matemática não pode ser reduzido a conceitos, a uma linguagem formal, mas tampouco à intuição, às aplicações empíricas ou a resultados visualizáveis, sob pena de eliminar aspectos do conhecimento matemático que são inerentes a ele: é por meio de uma combinação entre intuição e conceito que ocorre o conhecimento, e qualquer tentativa de isolar um dos dois pólos faz chegar a um reducionismo inadequado.

A segunda questão é que a obra de Bolzano, que foi o principal idealizador da noção de *Matemática Pura*, se de um lado procura fundamentos puramente conceituais para as ciências conceituais, por outro não retoma a noção clássica de conceito, mas aceita a transformação realizada nela por Kant e a aprofunda. Daí decorre que os historiadores e estudiosos da filosofia de Bolzano que pretendem filia-lo ao ideal aristotélico de ciência, ou ao movimento anti-Kant, não compreenderam sua concepção de conceito, explicitada principalmente nos parágrafos 65 e 120 do *Wissenschaftslehre*. Bolzano reafirmou que os conceitos gerais não são redutíveis ao empírico nem à análise, e que, portanto, eles são construídos, mas negou que esta construção se desse por meio da intuição.

Por fim, a terceira questão que o livro se propõe a demonstrar é que o surgimento da matemática pura fez parte de um profundo processo de transformação ocorrido no início do século XIX na cultura, na educação e na filosofia, que tinha como preocupações centrais a fundamentação teórica do conhecimento construído ou descoberto até então e sua organização de maneira que se tornasse comunicável a públicos cada vez maiores. Esta transformação foi fruto de um duplo *impulso*: de um lado, o conhecimento precisava se transformar em algo comunicável; de outro, os pensadores procuraram organizar o conhecimento de maneira hierárquica, evitando a tendência do século XVIII à mera descrição de verdades empíricas isoladas; houve assim uma espécie de retorno ao platonismo, que havia sido abandonado em grande medida no século XVIII e na Revolução Científica.

As três questões têm relação com a Revolução Industrial, ocorrida no início do século XIX: com a indústria, a práxis ou a atividade humana se transformou em objeto da reflexão e da tecnologia e, assim, o que antes era processo passou a ser tratado como objeto. Esse fenômeno, chamado de *hipostatização*, que consiste na transformação de processos em objetos, ocorreu nas mais diversas áreas do conhecimento: ocorreu na linguagem, transformando adjetivos em substantivos;³ e também na matemática, com a transformação de noções que expressavam movimento, como funções e derivadas, em objetos próprios da matemática (nas palavras de Bolzano (1930), *conceitos em si*), independentes de sua aplicação ou do sujeito que o pensa, numa forma de platonismo. O fenômeno mencionado resultou na criação da filosofia da linguagem, na aritmetização da Matemática, em um grande aumento do número de pesquisas e publicações teóricas sobre educação; e, por fim, na reorganização completa das universidades, com valorização crescente da teoria nos currículos, e no surgimento da sociologia do conhecimento.

O conjunto destas transformações poderia ser sintetizado na afirmação de que os fundamentos da filosofia mudaram da epistemologia para a semântica, concebida como comunicação social, o que significou uma mudança da ênfase da intuição para o conceito, e essa mudança de fundamento sintetiza as grandes transformações ocorridas no início do século XIX, no quadro da Revolução Industrial, quando todas as ciências passaram a ser concebidas em seu aspecto teórico e como algo social e comunicável.

Na elaboração das três questões acima referidas, a obra de Kant mostra sua contribuição: para a primeira e a terceira delas, a filosofia kantiana mostrou-se intermediária entre uma filosofia voltada para o sujeito e uma voltada para a sociedade, e que a transformação realizada por ele na noção de conceito foi fundamental para essa mudança. Para a segunda questão, ela contribui com a afirmação de que, sem objetos, sem a possibilidade de intuição, não há conhecimento verdadeiro possível.

No capítulo 1, *Três problemas filosóficos da matemática e as transformações na noção de conceito*, apresentei essas dicotomias e como elas foram modificadas ao longo do período em questão, como os filósofos pensaram a questão da formação de conceitos por meio da teoria da abstração, e como, no final do século

3 Como é o caso da palavra indústria, discutido por Williams (2011, p. 16-17).

XVIII, sob influência da noção de função – que já prevalecia na metafísica – esta teoria começou a se modificar, de modo a pôr em evidência a transformação da noção de conceito que Kant realizou na *Crítica da Razão Pura*.

Nos capítulos 2, *Intuição e Conceito na Filosofia e na Matemática de Kant* e 3, *Intuição e Conceito na Filosofia e na Matemática de Bolzano*, mostrei como as três dicotomias foram discutidas nas filosofias de Kant e de Bolzano, e de que maneira a noção de conceito se transformou, bem como o lugar da intuição na formação do conhecimento.

No capítulo 2 mostrei como, no final do século XVIII, a afirmação de Hume de que o ato de formação de conceitos gerais com base em fatos particulares é fruto de um vício psicológico do sujeito se transforma na elaboração kantiana da noção de sujeito transcendental, e na formulação do “verdadeiro problema da Razão Pura”, que consiste em responder à questão de “como são possíveis os juízos sintéticos *a priori*”, “Como é possível a matemática pura? Como é possível a física pura?” (CRP, B 20). Mostrei que, assim, a matemática ocupa um lugar central na filosofia crítica de Kant, e que da original resposta dada por ele a estas questões deriva a revolução da noção de conceito que ele realizou, na qual a intuição cumpre um papel determinante, e da qual decorre a distinção realizada por Kant entre juízos analíticos e juízos sintéticos. Ao final deste capítulo, mostrei como surgiram, de diferentes leituras da obra de Kant, o Idealismo Alemão e o psicologismo, adversários filosóficos de Bolzano.

No capítulo 3 apresentei, após uma contextualização da obra de Bolzano e do atual estágio da publicação de sua obra e dos estudos a seu respeito, as transformações realizadas por ele na matemática e na filosofia. Discuti como ele formulou a aritmetização dos fundamentos da matemática; sua concepção de rigor; e como se deram as transformações que fizeram com que as provas conceituais passassem a ocupar o centro da atividade matemática. E também de que maneira Bolzano completou a transformação da noção de conceito iniciada por Kant, levando a uma nova transformação da filosofia, que passou a ser considerada como algo social. Em particular, mostrei de que maneira os esforços de Bolzano por fundamentar e ordenar as verdades matemáticas e científicas se inserem no contexto das necessidades, surgidas com a Revolução Industrial, de publicizar e institucionalizar o conhecimento.

No capítulo 4, *A Revolução Industrial e a concepção social de conhecimento do século XIX*, mostrei de que forma surgiu a tendência, estimulada pela Revolução

Industrial, de o conhecimento tornar-se metaconhecimento e, nesse processo, procurar uma forma de abstração e raciocínio que, em certo sentido, retoma a concepção de conhecimento teórico grego, embora não retome sua concepção de conceito nem seu ideal de ciência. Essa tendência é inseparável de necessidades de comunicação e publicização do conhecimento e, portanto, do ensino, e tanto a *Doutrina da Ciência* de Bolzano quanto a ideia de formação e de universidade de Humboldt surgiram nesse contexto.