

**ELETRÔNICA  
ANALÓGICA  
INTEGRADA  
E APLICAÇÕES  
2<sup>a</sup> Edição**

**Volume IV:**

**Eletrônica de RF e Comunicações**



## **Conselho Editorial da LF Editorial**

Amílcar Pinto Martins - Universidade Aberta de Portugal

Arthur Belford Powell - Rutgers University, Newark, USA

Carlos Aldemir Farias da Silva - Universidade Federal do Pará

Emmánuel Lizcano Fernandes - UNED, Madri

Iran Abreu Mendes - Universidade Federal do Pará

José D'Assunção Barros - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Luis Radford - Universidade Laurentienne, Canadá

Manoel de Campos Almeida - Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Maria Aparecida Viggiani Bicudo - Universidade Estadual Paulista - UNESP/Rio Claro

Maria da Conceição Xavier de Almeida - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Maria do Socorro de Sousa - Universidade Federal do Ceará

Maria Luisa Oliveras - Universidade de Granada, Espanha

Maria Marly de Oliveira - Universidade Federal Rural de Pernambuco

Raquel Gonçalves-Maia - Universidade de Lisboa

Teresa Vergani - Universidade Aberta de Portugal

**ELETRÔNICA  
ANALÓGICA  
INTEGRADA  
E APLICAÇÕES**  
2<sup>a</sup> Edição

**Volume IV:**

Eletrônica de RF e Comunicações

EDVAL J. P. SANTOS, Ph.D.



2025

Copyright © 2025 os autores  
2ª Edição

**Direção editorial:** Victor Pereira Marinho e José Roberto Marinho

**Capa:** Fabrício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

---

Santos, Edval J. P.  
Eletrônica analógica integrada e aplicações: eletrônica de RF e comunicações: volume IV /  
Edval J. P. Santos. – 2. ed. – São Paulo: LF Editorial, 2025.

Bibliografia.  
ISBN 978-65-5563-631-4

1. Eletrônica analógica - Estudo e ensino I. Título.

25-282968

CDD-621.381507

---

Índices para catálogo sistemático:  
1. Eletrônica analógica: Estudo e ensino 621.381507

Eliete Marques da Silva - Bibliotecária - CRB-8/9380

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida  
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.

Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107  
da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



EDITORIAL

LF Editorial

[www.livrariadafisica.com.br](http://www.livrariadafisica.com.br)

[www.lfeditorial.com.br](http://www.lfeditorial.com.br)

(11) 2648-6666 | Loja do Instituto de Física da USP

(11) 3936-3413 | Editora

# Prefácio

2ª Edição

A Eletrônica continua muito dinâmica com o surgimento de novas tecnologias para sua implementação. Além de ter fortalecido ainda mais sua posição como tecnologia estratégica na sociedade da informação como resultado de um processo rápido de miniaturização. A tecnologia aeroespacial, da inteligência artificial, da automação, da telefonia celular, dos sistemas automáticos de navegação, da internet das coisas, da computação quântica, da guerra eletrônica, entre outras, estão firmemente lastreadas no desenvolvimento exponencial da eletrônica nos últimos 100 anos. Uma consequência adicional do processo de miniaturização de dispositivos eletrônicos é que se torna necessário compreender o comportamento dos componentes em todas as condições ou regimes de operação. Por exemplo, em projetos digitais atuais não é mais adequado considerar o transistor como uma simples chave como era feito antigamente.

Na elaboração dessa obra, parte-se do pressuposto que Engenharia não é simplesmente gestão de pessoas, processos e projetos, mas sim o domínio da ciência e da técnica para a criação de produtos tecnológicos dentro de parâmetros precisos de desempenho a um custo adequado. A tecnologia moderna é construída em cima de uma base científica sólida.

Na formação do engenheiro, como aquele que cria, que torna o sonho realidade, é importante que ele aprenda a capturar a necessidade do cliente e não queira simplesmente impor o que ele acha que é a necessidade do cliente. O engenheiro deve ser capaz de ter disciplina para construir os requisitos a partir do desejo do cliente. Elaborando especificações técnicas baseadas no estado-da-arte da ciência e tecnologia. Após essa etapa que requer conhecimento e disciplina, exige-se que o engenheiro tenha obtido uma formação livre de bloqueios mentais para ser criativo. Sua criatividade não é em elaborar especificações, mas em elaborar um projeto inovador que as satisfaça.

O interesse demonstrado pela primeira edição evidenciou a necessidade de textos técnicos em português. Nesse contexto, decidi revisar completamente o livro e preparar a segunda edição. Todos os capítulos foram revisados e frequentemente expandidos, na esperança de melhorar a compreensão. Em particular, foi introduzido um capítulo sobre amplificadores de áudio e outro sobre consumo

e coleta de energia para alimentar circuitos de baixa potência, incluindo uma discussão sobre pilhas e baterias como fonte de energia. Foram introduzidas diversas seções por todo o livro. Por exemplo, seções sobre controle estatístico de processo, análise de variância e método de Taguchi, física de semicondutores, célula solar, LED, diodo LASER, CCD, APS, dispositivos semicondutores de potência, magnetron e a técnica de comunicação utilizada em rede de telefonia celular 4G e 5G, rede de computadores sem fio, WLAN, rede de sensores, comunicação via a rede elétrica, tais como: HomePlug, HD-PLC, IEEE 1901, ITU T G.hn. Novos apêndices foram adicionados para complementar os capítulos. Certamente, na elaboração dessa revisão, buscou-se reduzir os mais diversos erros de digitação e de português, embora podem ter sido introduzidos outros mais. Esse é um livro dedicado aos entusiastas da eletrônica, escrito por um praticante da arte da engenharia.

As partes do primeiro volume em que são discutidos aspectos da física de semicondutores são dedicadas ao professor Charles A. Lee (*em memória*) da Universidade de Cornell, EUA, e ao professor Anatoly A. Barybin (*em memória*) da Universidade de São Petersburgo, Rússia.

Como foram acrescentados novos temas e melhorado o texto explicativo em todo o livro, fez-se necessário dividir o livro em quatro volumes, um para cada semestre de estudo. A espinha dorsal do projeto inicial foi mantida. O livro apresenta um curso completo para a formação inicial de engenheiros em eletrônica analógica. Sugestão para um curso de quatro semestres.

Semestre	Volume	Capítulos	Comentário
1	I	1 - 3	Manufatura e modelagem de dispositivos
2	II	4 - 7	Circuitos transistorizados e amp-op
3	III	8 - 11	Eletrônica de áudio
4	IV	12 - 17	Eletrônica de RF e comunicações

### Agradecimentos

Gostaria de agradecer os comentários do professor Ricardo Emmanuel de Souza, que foram bastante úteis na revisão dos primeiros capítulos desse livro. Também agradeço o engenheiro Henrique Müller Vasconcelos pela leitura cuidadosa do capítulo sobre áudio. Meus agradecimentos a todos os estudantes que com suas dúvidas também me ajudaram a melhorar esse livro. Em particular, meus agradecimentos a todos que vieram de várias partes do mundo e contribuíram para os 25 anos de sucesso do Laboratório de Dispositivos e Nanoestruturas. Também agradecemos o continuado apoio da Editora Livraria da Física.

Recife, Maio de 2021

Edval J. P. Santos, PhD

$$\left[ \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} c_{\xi} |\sqrt{a_{\xi}}| \right]$$

# Prefácio da primeira edição

Não é necessário ir muito longe para encontrar um equipamento eletrônico. A eletrônica está a nossa volta, é parte do nosso dia a dia. Embora, nem sempre sua presença seja óbvia, pois ela pode ser tão visível quanto nosso microcomputador, nosso celular ou escondida como os computadores dos bancos, os satélites e as centrais telefônicas. Em menos de três décadas vimos a revolução da microeletrônica transformar a sociedade em que vivemos, tornando possível a realização de equipamentos eletrônicos cada vez mais complexos. O impacto dessa transformação é ainda hoje tema corrente de debate.

Nesse livro pretendemos combinar intuição com matemática. De maneira que o leitor seja não apenas capaz de obter expressões que descrevam o comportamento do circuito, como também ter uma idéia qualitativa de seu funcionamento. Para isso faremos uso do “dividir para conquistar”. Procurando projetar e combinar os blocos de maneira que o comportamento global possa ser descrito como o comportamento das partes. O projetista é também um artista e deve utilizar sua criatividade. A criatividade guia a inovação, a ciência indica que caminho seguir e a tecnologia apresenta as restrições em cada caminho.

A eletrônica integrada é a base da eletrônica moderna. Do ponto de vista do projetista de circuitos integrados, pode-se pensar em eletrônica como sendo a arte, ciência e tecnologia de fazer elétrons se movimentarem de maneira que o circuito eletrônico realize uma função especificada. Procura-se fabricar regiões por onde o elétron possa fluir, regiões onde seu fluxo não é permitido e regiões onde eles são acumulados.

Conforme o sinal processado a eletrônica é classificada em analógica ou digital. Dentro da eletrônica analógica temos a eletrônica linear, que é a parte da eletrônica analógica que trata de circuitos que operam perto do ponto de polarização, podendo seu comportamento ser descrito como uma função linear da saída com relação a entrada. Um circuito eletrônico genérico pode apresentar comportamento linear desde que o sinal de entrada seja suficientemente pequeno, esse é o regime de pequenos sinais.

Muitos dos equipamentos usados nos laboratórios de pesquisa usam princípios de funcionamento que se baseiam na eletrônica linear. Amplificadores, osciladores, filtros são alguns exemplos. A eletrônica linear é fundamental no condicionamento dos sinais obtidos pelos mais diversos tipos de transdutores, mesmo que esses sinais sejam depois digitalizados para processamento posterior

em um computador.

No entanto, nem sempre a aproximação linear é válida, ou melhor dizendo, nem sempre o sinal pode ser considerado suficientemente pequeno para que a aproximação linear seja válida ou o sinal varia em uma faixa tão ampla que a utilização de circuitos lineares torna-se inadequada.

Um caso particular importante, é examinar o comportamento do circuito eletrônico quando o sinal de entrada não pode ser mais considerado pequeno, nessa condição surge a distorção.

Além disso, independente do sinal sendo processado eletronicamente, há sempre sinais que interferem ou são gerados internamente no circuito. É o problema do ruído e da interferência.

A ênfase do curso está na eletrônica integrada. Um quadro comparativo entre a eletrônica integrada e a eletrônica discreta é apresentado a seguir:

Quadro comparativo entre a eletrônica integrada e a eletrônica discreta.

Aspecto	Discreto	Integrado
Componentes passivos	Barato	Caro
Componentes ativos	Caro	Barato
Casamento de componentes	Difícil	Fácil
Combinação de tecnologias	Fácil	Difícil
Mudança de valor de componentes individuais	Fácil	Difícil
Manuseio de grandes correntes e potências elevadas	Fácil	Difícil
Disponibilidade de indutores e de capacitores grandes	Sim	Não
Variação de valores de componentes	Pequena	Grande
Mudanças no projeto	Barato	Caro
Construção de circuitos complexos	Difícil	Fácil
Volume ocupado	Grande	Pequeno

Antes de iniciar o projeto de um novo circuito integrado deve-se ter atenção aos seguintes detalhes:

1. Definir cuidadosamente os aspectos de desempenho desejados com relação a todas as interfaces;
2. Incluir testabilidade;
3. Projetar modularmente (dividir para conquistar);
4. Evitar componentes passivos;
5. Evitar dependência em valores absolutos;
6. Evitar componentes reativos de valores grandes;

7. Possibilitar ajuste externo de funções críticas do circuito;
8. Deve-se ter atenção a disposição dos componentes para evitar gradientes térmicos, especialmente os componentes de potência.

O projeto de um circuito integrado analógico é um processo que leva tempo, enquanto que um projeto discreto está pronto bem mais rápido e a menor custo. Por outro lado, o custo de produção de um circuito integrado é bem menor do que um circuito discreto. Considerando apenas esses aspectos, o projeto de um circuito integrado só é economicamente vantajoso quando o número de componentes,  $N$ , satisfaz a desigualdade abaixo:

$$C_d \times N > C_o + C_i \times N$$

ou

$$N > \frac{C_o}{C_d - C_i}$$

onde  $C_d$  é o custo de produção do circuito na forma discreta,  $C_o$  é o custo para projetar e testar o circuito integrado e  $C_i$  é o custo para produção de cada circuito integrado.

## Notação

Durante todo esse livro adotaremos a seguinte notação:

$V_v =$	Letra maiúscula com índice minúsculo significa o sinal total, parte constante mais parte alternada.
$V_V =$	Letra maiúscula com índice maiúsculo significa a parte constante do sinal.
$v_v =$	Letra minúscula com índice minúsculo significa a parte alternada do sinal.

Portanto

$$V_v = V_V + v_v$$

## Sugestão

O curso tem início com o estudo das técnicas de fabricação utilizadas em microeletrônica. O conhecimento de como o dispositivo é fabricado ajuda a entender os modelos e suas limitações. Por exemplo, um transistor bipolar fabricado por difusão não apresenta uma junção abrupta, no entanto essa hipótese é bastante útil na construção de modelos simples da junção PN. Após estudar os componentes, é utilizada a técnica do dividir para conquistar para se estudar os blocos de circuito, técnicas de combinação dos blocos, incluindo técnicas de realimentação. Nessa primeira parte do curso assume-se que a aproximação linear é válida

e estuda-se os circuitos em frequências muito baixas, nesse caso os modelos de circuito contém apenas resistores, fontes independentes e fontes controladas. A segunda etapa do curso, aumenta-se a frequência e acrescenta-se os capacitores. Na terceira e última etapa do curso, estuda-se o comportamento de circuitos quando submetidos a grandes sinais e altas frequência, nessa fase inclui-se os indutores. O curso está projetado para três semestres. Uma sugestão é apresentada na tabela abaixo.

Semestre	Capítulos
1	1 - 5, 6.1, 6.2, 7
2	6.3, 7 - 10
3	11 - 16

- 1º semestre: pequenos sinais, baixas frequências, circuitos com resistores, fontes independentes e fontes controladas;
- 2º semestre: pequenos sinais, frequências de audio, circuitos com capacitores, resistores, fontes independentes e fontes controladas;
- 3º semestre: grandes sinais, frequências de RF, circuitos com indutores, capacitores, resistores, fontes independentes e fontes controladas;

## Agradecimentos

Um livro não se torna uma realidade sem a colaboração de muitos. Assim gostaria de agradecer aos estudantes Alberto de Moraes Barbosa e Victor Miranda da Silva pela leitura das versões preliminares, às turmas de engenharia eletrônica da UFPE, ao Professor Marcelo Carneiro Leão, ao Professor Sérgio Campello, ao Professor Eurico Bezerra de Souza Filho e ao Professor João Paulo Cerquinho Cajueiro pelas várias correções e sugestões para facilitar o entendimento do texto. Em particular, o professor Eurico que muito incentivou para que esse texto fosse levado adiante. Também a todos aqueles que tornaram Linux, LaTeX e a wikipedia ([wikipedia.org](http://wikipedia.org)) uma realidade a alcance de todos.

Recife, Agosto de 2010

Edval J. P. Santos, PhD

# Conteúdo

<b>12 Ruído e interferência</b>	<b>1</b>
12.1 Conceitos de probabilidade . . . . .	2
12.2 Ruído . . . . .	7
12.2.1 Fontes de ruído . . . . .	8
12.2.2 Figuras de mérito . . . . .	25
12.2.3 Componentes eletrônicos e as fontes de ruído . . . . .	30
12.3 Análise de circuito com ruído . . . . .	35
12.4 Amplificador de baixo ruído . . . . .	37
12.5 Gerador de ruído . . . . .	40
12.6 Interferência . . . . .	42
12.6.1 Interferência capacitiva . . . . .	43
12.6.2 Interferência indutiva . . . . .	45
12.6.3 Interferência eletromagnética . . . . .	48
12.7 Blindagem e aterramento . . . . .	50
12.8 Projeto . . . . .	57
<b>13 Indutores e transformadores</b>	<b>71</b>
13.1 Indutância da bobina . . . . .	72
13.1.1 Construção do indutor . . . . .	75
13.2 Transformador . . . . .	84
13.2.1 Transformador ideal . . . . .	85
13.2.2 Modelo de circuito . . . . .	86
13.2.3 Aplicações do modelo . . . . .	89
13.3 Circuitos com transformadores . . . . .	92
13.3.1 Emissor comum . . . . .	92
13.3.2 Amplificador de RF de baixa distorção harmônica . . . . .	95
13.3.3 Circuitos de potência . . . . .	96
13.3.4 Indutor como carga . . . . .	96
13.4 Projeto do transformador . . . . .	100
<b>14 Amplificador de RF</b>	<b>109</b>
14.1 Dispositivos eletrônicos . . . . .	110
14.1.1 Especificação . . . . .	112

14.2	Amplificador sintonizado . . . . .	113
14.2.1	Circuito passivo sintonizado . . . . .	114
14.2.2	Par diferencial sintonizado . . . . .	117
14.2.3	Par diferencial sintonizado com transformador . . . . .	119
14.3	Interconexão . . . . .	121
14.3.1	Impedância característica . . . . .	122
14.3.2	Impedância característica da interconexão planar . . . . .	123
14.3.3	Coefficiente de reflexão . . . . .	132
14.4	Casamento de impedância . . . . .	133
14.4.1	Carta de Smith . . . . .	136
14.5	Parâmetros $S$ . . . . .	143
14.5.1	Relação entre $S$ e $Z$ . . . . .	146
14.5.2	Diagrama de Mason . . . . .	148
14.6	Estabilidade . . . . .	152
14.7	Matriz de transferência . . . . .	155
14.8	Figuras de mérito . . . . .	156
14.9	Tipos de amplificador . . . . .	157
14.9.1	Amplificador linear de RF . . . . .	159
14.9.2	Amplificador comutado de RF . . . . .	163
14.10	Amplificador de pulso de RF . . . . .	181
14.11	Projeto: amplificador para ultrassom . . . . .	182
<b>15</b>	<b>Oscilador de RF</b> . . . . .	<b>199</b>
15.1	Oscilador: aproximação linear . . . . .	200
15.2	Oscilador LC: aproximação van der Pol . . . . .	204
15.2.1	Oscilador a diodo tunel . . . . .	205
15.2.2	Oscilador a diodo IMPATT . . . . .	210
15.3	Oscilador Meissner . . . . .	212
15.4	Oscilador Hartley . . . . .	217
15.5	Oscilador Colpitts . . . . .	220
15.5.1	Oscilador Sony . . . . .	222
15.5.2	Oscilador Gouriet-Clapp . . . . .	224
15.6	Cristal piezoelétrico . . . . .	226
15.6.1	Piezoelétricidade . . . . .	226
15.6.2	Modelo elétrico do cristal . . . . .	232
15.6.3	Especificação e utilização do cristal . . . . .	236
15.7	Oscilador Pierce . . . . .	239
15.8	Oscilador em anel . . . . .	246
15.9	Multivibrador a cristal . . . . .	248
15.10	Oscilador de relaxação . . . . .	250
15.11	Magnetron . . . . .	252
15.11.1	Diodo não oscilante . . . . .	253
15.11.2	Diodo oscilante: onda contínua . . . . .	254
15.11.3	Diodo oscilante: onda pulsada . . . . .	264
15.12	Ruído de fase . . . . .	265

15.12.1 Modelo não-linear . . . . .	267
15.13 Projeto . . . . .	267
<b>16 Consumo e coleta de energia</b> . . . . .	<b>279</b>
16.1 Limite mínimo do consumo . . . . .	280
16.1.1 MOS: região de sub-limiar . . . . .	282
16.2 Redução de perdas . . . . .	287
16.3 Conversão de energia . . . . .	290
16.3.1 Regulador comutado . . . . .	290
16.3.2 Transformador piezoelétrico . . . . .	297
16.4 Coleta de energia . . . . .	302
16.4.1 Energia térmica: termopilha . . . . .	302
16.4.2 Energia luminosa: painel solar . . . . .	307
16.4.3 Energia vibracional: gerador piezoelétrico . . . . .	318
16.4.4 Energia radioativa: gerador nuclear . . . . .	345
16.5 Armazenamento de energia . . . . .	348
16.5.1 Bateria eletroquímica . . . . .	348
16.5.2 Bateria de íons de lítio . . . . .	360
16.5.3 Bateria de íons de sódio e de íons de potássio . . . . .	362
16.5.4 Célula de combustível . . . . .	363
16.5.5 Supercapacitor . . . . .	365
16.6 Gestão de energia . . . . .	367
<b>17 Aplicações</b> . . . . .	<b>381</b>
17.1 Teoria de comunicações . . . . .	382
17.2 Transformada discreta de Fourier . . . . .	387
17.2.1 FFT: dizimação no tempo . . . . .	388
17.2.2 FFT: dizimação em frequência . . . . .	390
17.3 Multiplexação . . . . .	390
17.3.1 FDM . . . . .	391
17.3.2 TDM . . . . .	393
17.4 Modulador/Demodulador: MODEM . . . . .	394
17.5 Modulação em amplitude – AM . . . . .	396
17.5.1 Demodulação – AM . . . . .	400
17.6 Modulação angular – FM/PM . . . . .	403
17.6.1 Demodulação – FM . . . . .	407
17.7 Malha travada em fase . . . . .	409
17.8 Modulação em quadratura – QAM . . . . .	420
17.9 Aparelho celular . . . . .	424
17.10 Dados, áudio ou vídeo via rede elétrica . . . . .	433
17.11 Modulação por largura do pulso . . . . .	436
17.12 SONAR . . . . .	438
17.13 RADAR . . . . .	441
17.14 GPS . . . . .	450
17.14.1 Relógio atômico . . . . .	452

17.14.2	Transmissor . . . . .	454
17.14.3	Receptor . . . . .	456
17.14.4	Fontes de erro . . . . .	457
17.15	Amplificadores especiais . . . . .	460
17.15.1	Amplificador de pulso ou retardo constante . . . . .	460
17.15.2	Amplificador síncrono ou sensível à fase . . . . .	462
17.15.3	Amplificador logarítmico . . . . .	467
17.16	Rede neural analógica . . . . .	472
17.16.1	Rede neural artificial de Hopfield . . . . .	480
17.16.2	Treino da rede . . . . .	481
17.17	Memristor . . . . .	490
<b>A</b>	<b>Decibel</b>	<b>507</b>
<b>B</b>	<b>Densidade de probabilidade</b>	<b>509</b>
B.1	Distribuição binomial . . . . .	509
B.2	Distribuição normal . . . . .	510
B.3	Distribuição de Poisson . . . . .	511
B.4	Distribuição $\chi$ -quadrado . . . . .	512
<b>C</b>	<b>Flutuação-dissipação</b>	<b>513</b>
C.1	Caso clássico . . . . .	514
C.2	Caso quântico . . . . .	516
C.2.1	Intervalo de tempo definido . . . . .	517
C.2.2	Perturbação permanente mas fraca . . . . .	520
C.3	Caso quântico - Herbert B. Callen . . . . .	521
C.4	Caso quântico - Ryogo Kubo . . . . .	523
<b>D</b>	<b>Modelo de Debye-Lorentz</b>	<b>527</b>
<b>E</b>	<b>Antena</b>	<b>529</b>
E.1	Especificação . . . . .	532
E.2	Tipos de antena . . . . .	536
E.2.1	Antena dipolo . . . . .	536
E.2.2	Antena vertical ou telescópica . . . . .	542
E.2.3	Antena espiral retangular . . . . .	543
E.2.4	Antena planar ou microfita . . . . .	546
E.2.5	Antena corneta . . . . .	548
E.2.6	Antena refletor . . . . .	548
E.2.7	Arranjo de antenas com defasamento . . . . .	550
<b>F</b>	<b>Série e transformada de Fourier</b>	<b>557</b>
F.1	Série de Fourier . . . . .	557
F.2	Transformada de Fourier . . . . .	559
F.2.1	Transformada de Fourier a evento discreto . . . . .	561
F.2.2	Transformada discreta de Fourier . . . . .	562

## Capítulo 12

# Ruído e interferência

Ao medir o sinal de corrente ou tensão no circuito eletrônico observa-se que além de conter a componente constante devido a polarização do circuito e a componente referente ao sinal de interesse, tem-se também a flutuação ou variação aleatória do sinal de interesse e mesmo superposição de sinais espúrios. Essa variação aleatória ou presença de sinais indesejados ocorre mesmo que o sistema esteja em equilíbrio e pode afetar a amplitude, a frequência ou a fase do sinal. Em amplificadores eletrônicos deve-se avaliar com mais atenção as flutuações da amplitude, enquanto que nos filtros e osciladores eletrônicos o foco é maior nas flutuações da frequência ou da fase. Em sistemas digitais avalia-se o tremor (*jitter*) do sinal.

No dia a dia costuma-se classificar como ruído qualquer sinal indesejado. Na realidade do ponto de vista da eletrônica é necessário distinguir entre ruído e interferência, uma vez que suas origens e as técnicas utilizadas para atenuar seus efeitos são distintas. O ruído é um sinal aleatório que tem origem em um fenômeno ou propriedade intrínseca da Natureza. Por outro lado, interferência é um sinal indesejado não necessariamente aleatório que está associado à geometria, disposição ou interconexões dos componentes eletrônicos, e.g., proximidade ou malha fechada não intencional. A interferência é consequência do acoplamento com outra fonte de sinal ou com o ruído gerado por outro circuito ou parte do mesmo circuito. Quando o acoplamento ocorre entre partes de um mesmo circuito pode ocorrer instabilidade causada por realimentação indesejada.

O ruído, por ser intrínseco, impõe limites fundamentais na exatidão de medições e no desempenho apresentado pelo circuito eletrônico, i.e., estabelece o menor nível de sinal que pode ser detectado ou processado. Como a potência de ruído é um parâmetro importante para determinar o menor sinal detectável, sua diminuição significa maior capacidade para detectar sinais cada vez mais distantes ou sinais próximos de baixa potência de transmissão. Em sistema de transmissão portátil, e.g., telefone celular, utiliza-se a menor potência de transmissão possível para prolongar o tempo de uso da bateria o que requer circuitos de baixo ruído. Nem sempre o ruído é indesejado. O sinal de ruído

pode ser gerado para ser utilizado em teste e caracterização de circuitos ou sistemas, a exemplo de amplificadores de áudio, além de poder ser utilizado na construção de circuitos para síntese de sons naturais, relaxamento mental, etc. Sinal de interferência de alta potência produzido a partir de fonte de ruído pode ser utilizado no bloqueio de sistemas de comunicações, tanto o bloqueio da telefonia celular em um local, como em guerra eletrônica para desorganizar a cadeia de comando e controle, desabilitar míssil, veículo aéreo não-tripulado e outros equipamentos do adversário. Assim, a compreensão adequada sobre ruído e interferência é essencial para o projeto de sistemas eletrônicos de alto desempenho. A exemplo de aplicações biomédicas e dos sistemas de recepção de sinais de TV, de rádio, de telefonia móvel, de sinais de satélites como o sistema GPS (*Global Positioning System*) ou de sinais extraterrestres.

Cópias de dispositivos ou circuitos reais não são idênticas. De maneira que a variação observada no sinal produzido por um conjunto de circuitos pode ter origem no processo de fabricação e nos processos internos do circuito. Para avaliar a origem da variabilidade observada em um conjunto de dispositivos ou circuitos é necessário realizar análise de variância, ANOVA (*ANalysis Of VAriance*), para determinar quanto da variação observada é devido ao processo de manufatura e quanto é devido ao funcionamento do circuito eletrônico, i.e., a variabilidade intrínseca da grandeza sendo medida.

Nesse capítulo assume-se que todas as cópias dos dispositivos ou circuitos fabricados são idênticas e que a variabilidade do processo de fabricação pode ser desprezada. Assume-se que qualquer variação observada é determinada pelos processos internos do circuito. Então, são estudadas as origens do ruído, como calcular o ruído gerado pelo circuito eletrônico, figuras de mérito associadas, como reduzir ou aumentar o ruído gerado, como identificar a origem da interferência e assim poder reduzi-la com a utilização de blindagem e aterramento. Ao final do capítulo exemplos de aplicação são apresentados.

## 12.1 Conceitos de probabilidade

Ruído é um sinal aleatório que pode ser representado matematicamente como uma **variável aleatória**, também conhecida como variável estocástica. Ele está sempre presente em qualquer circuito eletrônico. A teoria matemática utilizada para analisar variáveis aleatórias é a teoria de probabilidade. Define-se métricas ou figuras de mérito com o objetivo de poder tirar conclusões sobre um conjunto de elementos formado com valores da variável aleatória ou variável estocástica. Um exemplo de tal conjunto é a coleção de valores obtidos com a medição da variável aleatória em um conjunto de circuitos idênticos. Se essa é a coleção completa sobre a qual se quer tirar conclusões, então ela é denominada de **população** ou *ensemble*.

O primeiro problema que surge é que a população pode ser inalcançável, infinita ou simplesmente tão grande que se torna economicamente inviável de ser analisada como um todo. Por exemplo, ao tirar uma conclusão sobre um

determinado parâmetro do dispositivo ou circuito pode-se querer aplicar essa conclusão sobre dispositivos ou circuitos que ainda nem foram fabricados.

O caso mais simples é supor que a população é finita e está ao alcance para ser testada. Nesse caso, pode-se calcular grandezas ou métricas sobre toda a população. Em teoria de probabilidade, cada comparação independente é um **grau de liberdade**. Diversas métricas ou figuras de mérito são definidas para avaliar uma determinada característica,  $x$ , em uma população formada por  $N$  medições,  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Letras do alfabeto grego indicam que as métricas ou figuras de mérito foram calculadas sobre toda a população. Também se utiliza o colchete angular ( $\langle \cdot \rangle$ ) ou a barra superior ( $\bar{\phantom{x}}$ ) para indicar o valor esperado.

- Média:  $\mu_x = \langle x \rangle = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$
- Desvio:  $\delta x_i = x_i - \mu_x$
- Variância:  $\mathbf{var}(x) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2$
- Covariância:  $\mathbf{cov}(xy) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)(\delta y_i)$
- Auto-covariância:  $\mathbf{autocov}(x, k) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-k} (\delta x_{i+k})(\delta x_i)$
- Desvio padrão:  $\sigma_x = \sqrt{\mathbf{var}(x)}$
- Correlação:  $\mathbf{corr}(xy) = \rho_{xy} = \frac{\mathbf{cov}(xy)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{1}{N-1} \frac{[\sum_{i=1}^N x_i y_i] - N \mu_x \mu_y}{\sigma_x \sigma_y}$
- Autocorrelação:  $\mathbf{autocorr}(x, k) = \rho_{x,k} = \frac{1}{N-1} \frac{[\sum_{i=1}^{N-k} x_{i+k} x_i] - N \mu_x^2}{\sigma_x^2}$

É importante enfatizar que o número  $N$  utilizado no cálculo representa o número máximo de **graus de liberdade**, i.e., de comparações independentes. No caso do cálculo da média a soma dos valores é dividida por  $N$ , uma vez que há  $N$  comparações independentes com o zero ou referência, i.e., são  $N$  graus de liberdade. Na variância, como se trata da soma dos quadrados dos desvios, o número de graus de liberdade foi reduzido de um, uma vez que há apenas  $N - 1$  desvios independentes, o último desvio é o que falta para a soma ser nula. A covariância e a correlação são um indicativo de quanto uma variável aleatória afeta o valor de outra ou é uma medida de quanto as duas coincidem. Pode-se utilizar a correlação como critério de **ortogonalidade**. Diz-se que dois conjuntos de valores são ortogonais se a correlação entre eles for nula.

Se a variável  $x_i$  ocorre múltiplas vezes, o cálculo da média pode ser reescrito para agrupar as  $n_i$  ocorrências ou repetições de  $x_i$ . Divide-se o número de ocorrências,  $n_i$ , pelo número total de observações,  $N$ , para obter a frequência com que  $x_i$  ocorre ou a probabilidade de ocorrer  $x_i$ ,

$$p_i = \frac{n_i}{N}. \quad (12.1)$$

Note-se que  $\sum_i^M n_i = N$  de maneira que a probabilidade está normalizada.

$$\sum_i^{M < N} p_i = \frac{1}{N} \sum_i^{M < N} n_i = \frac{N}{N} = 1 \quad (12.2)$$

A média pode ser reescrita em termos da probabilidade.

$$\mu_x = \sum_i^{M < N} \frac{n_i}{N} x_i = \sum_i^{M < N} p_i x_i \quad (12.3)$$

### Limite do contínuo

Um caso de grande interesse é quando a medição,  $x$ , pode assumir qualquer valor em um intervalo, i.e.,  $x$  é uma grandeza contínua, denominada **variável aleatória contínua**. Nesse caso, é conveniente definir a **densidade de probabilidade** ou **distribuição de probabilidade**,  $\mathcal{P}$ , de maneira que a probabilidade de ocorrer um determinado valor de  $x$  no intervalo  $[x, x + dx]$  é dada por  $\mathcal{P}(x) dx$ . A distribuição de probabilidade tem que ser normalizada.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}(x) dx = 1 \quad (12.4)$$

Para calcular a média no limite contínuo, a soma na Equação 12.3 é substituída pela integral.

$$\mu_x = \langle x \rangle = \bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x \mathcal{P}(x) dx \quad (12.5)$$

Define-se o  $n$ -ésimo **momento** como o valor esperado da  $n$ -ésima potência de  $x$ . De maneira que a média é o primeiro momento.

$$\langle x^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^n \mathcal{P}(x) dx \quad (12.6)$$

A definição de variância pode ser reescrita de maneira análoga.

$$\mathbf{var}(x) = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \langle x \rangle)^2 \mathcal{P}(x) dx = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (12.7)$$

Note-se que se a média for nula, a variância é igual ao segundo momento.

$$\mathbf{var}(x) = \langle (x - \overset{0}{\langle x \rangle})^2 \rangle = \langle x^2 \rangle \quad (12.8)$$

### Domínio do tempo

Coletar um conjunto de circuitos idênticos para análise não é prático ou não é economicamente viável. É mais conveniente observar um único circuito e inferir conclusões sobre a população. Como a variabilidade devido ao processo de fabricação foi desprezada, i.e., os dispositivos ou circuitos são fabricados de forma idêntica, assume-se que as grandezas avaliadas em um circuito vale para qualquer outro igual a ele.

Em particular, o ruído é exemplo de variável aleatória que pode ser examinada ao longo do tempo. Assume-se que o processo que causa a variação é estacionário ou invariante no tempo de maneira que para tempos suficientemente longos todos os estados do sistema têm a mesma probabilidade de ocorrência - **hipótese ergódica**. Diz-se que o processo é ergódico se duas sequências de dados coletadas ao longo do tempo são independentes quando obtidas em tempos muito diferentes, i.e., são não correlacionadas. Como consequência, as métricas obtidas para o *ensemble* são iguais às métricas avaliadas no tempo. Assim, substitui-se o cálculo sobre a *ensemble* pelo cálculo no tempo. Nesse contexto define-se o  $n$ -ésimo momento.

$$\langle x^n \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^n(t) dt \quad (12.9)$$

Para a variável aleatória associada ao ruído assume-se ainda que a média ou primeiro momento é nulo. Para duas variáveis aleatórias que apresentam média nula define-se a covariância entre elas.

$$\gamma_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt \quad (12.10)$$

Para  $x = y$  tem-se a expressão da autocovariância. Note-se que o valor da autocovariância em  $\tau = 0$  é o segundo momento.

$$\gamma_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+\tau)dt \quad (12.11)$$

Define-se a correlação,

$$\rho_{xy}(\tau) = \frac{\sqrt{\gamma_x(\tau)\gamma_y(\tau)}}{\sqrt{\gamma_x(0)\gamma_y(0)}} = \frac{\sqrt{\gamma_x(\tau)\gamma_y(\tau)}}{\sqrt{\langle x^2 \rangle \langle y^2 \rangle}}. \quad (12.12)$$

Define-se a autocorrelação,

$$\rho_x(\tau) = \frac{\gamma_x(\tau)}{\gamma_x(0)} = \frac{\gamma_x(\tau)}{\langle x^2 \rangle}. \quad (12.13)$$

Essas duas últimas expressões não são muito utilizadas. No domínio do tempo é comum encontrar a covariância sendo denominada de correlação e a autocovariância sendo denominada de autocorrelação.

**Teorema de Norbert Wiener e Aleksandr Khinchine**

Outro conceito importante é a densidade espectral,  $S(\omega)$ . Considere-se a variável aleatória contínua no tempo com média nula para a qual existe a autocorrelação para qualquer  $\tau$ . De acordo com o teorema de Norbert Wiener (1894-1964) e Aleksandr Yakovlevich Khinchine (1894-1959), a densidade espectral do ruído é a transformada de Fourier da autocovariância ou autocorrelação, mesmo que não seja possível obter a transformada de Fourier da variável aleatória.

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (12.14)$$

$$\gamma_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (12.15)$$

Como a integral é calculada sobre as frequências positivas e negativas, essa densidade espectral é classificada como bilateral,  $S_x^{bi}(\omega)$ . Note-se que a densidade espectral do ruído está relacionada com a potência por unidade de frequência. Para um sistema linear invariante no tempo com função de transferência  $H(\omega)$ ,

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \quad (12.16)$$

em que  $S_x(\omega)$  é a densidade espectral no terminal de entrada e  $S_y(\omega)$  é a densidade espectral no terminal de saída.

**Amostra**

Como já foi antecipado, avaliar toda a população pode ser caro ou mesmo impossível. No domínio do tempo é inviável esperar um tempo infinito. Para contornar esse problema colhe-se uma amostra, que é um subconjunto da população. Para variáveis aleatórias no domínio do tempo trata-se de realizar a medição em um intervalo de tempo finito. O componente ou circuito é observado durante o intervalo  $[0, T]$ . Quando as figuras de mérito são avaliadas sobre a amostra utiliza-se letras latinas para representá-las. A exemplo da média,  $m$ , do desvio padrão,  $s$ , da correlação,  $r_{xy}$ , e da autocorrelação,  $r_x$ .

$$m_T = \bar{x} = \langle x \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (12.17)$$

$$s^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \langle x \rangle)^2 dt \quad (12.18)$$

$$r_{xy} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t + \tau) dt \quad (12.19)$$

$$r_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t + \tau) dt \quad (12.20)$$