

INTRODUÇÃO (INFORMAL) À MECÂNICA QUÂNTICA

Conselho Editorial da LF Editorial

Amílcar Pinto Martins — Universidade Aberta de Portugal

Arthur Belford Powell — Rutgers University, Newark, USA

Carlos Aldemir Farias da Silva — Universidade Federal do Pará

Emmánuel Lizcano Fernandes — UNED, Madri

Iran Abreu Mendes — Universidade Federal do Pará

José D'Assunção Barros — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Luis Radford — Universidade Laurentienne, Canadá

Manoel de Campos Almeida — Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Maria Aparecida Viggiani Bicudo — Universidade Estadual Paulista — UNESP/Rio Claro

Maria da Conceição Xavier de Almeida — Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Maria do Socorro de Sousa — Universidade Federal do Ceará

Maria Luisa Oliveras — Universidade de Granada, Espanha

Maria Marly de Oliveira — Universidade Federal Rural de Pernambuco

Raquel Gonçalves-Maia — Universidade de Lisboa

Teresa Vergani — Universidade Aberta de Portugal

Sergio D. Campos

INTRODUÇÃO (INFORMAL) À MECÂNICA QUÂNTICA



Copyright © 2025 Editora Livraria da Física

1a. Edição

Editores: VÍCTOR PEREIRA MARINHO e JOSÉ ROBERTO MARINHO

Projeto gráfico e diagramação: THIAGO AUGUSTO SILVA DOURADO

Capa: FABRÍCIO RIBEIRO

Texto em conformidade com as novas regras ortográficas do Acordo da Língua Portuguesa.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Campos, Sergio D.
Introdução (informal) à mecânica quântica / Sergio D. Campos. -- 1. ed. -- São Paulo : LF Editorial, 2025.

ISBN 978-65-5563-640-6

1. Computação quântica 2. Física quântica 3. Mecânica quântica 4. Teoria quântica I. Título.

25-295173.0

CDD-539

Índices para catálogo sistemático:

1. Física quântica 510.7

Maria Alice Ferreira – Bibliotecária – CRB-8/7964

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

Impresso no Brasil

Printed in Brazil



www.lfeditorial.com.br

Visite nossa livraria no Instituto de Física da USP

www.livrariadafisica.com.br

Telefones:

(11) 2648-6666 | Loja do Instituto de Física da USP

(11) 3936-3413 | Editora

Prefácio

O material apresentado neste livro foi desenvolvido dentro do curso de Mecânica Quântica (MQ) no Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física – MNPEF, do campus Sorocaba da UFSCar.

Por ser um mestrado profissional voltado para professores de física do Ensino Médio (EM), este não pode ser um curso tradicional de pós-graduação sobre MQ, pois o objetivo não é apenas o puro aprofundamento de conceitos, mas também permitir que estes sejam transpostos para o EM. Por isso, tento fazer uma introdução histórica para cada capítulo como forma de contextualizar um pouco o momento da história no qual se passam os principais acontecimentos daquele tema, adentrando nos cálculos quando necessário.

Na medida do possível, sigo o caminho do grande físico Steven Weinberg, que dizia que, como físico, adorava passear pelo mundo da história (ou algo nesse sentido).

Não há exercícios para fazer. Vez por outra, deixo algum cálculo para o leitor, mas sem compromisso. O objetivo deste livro é ser um auxiliar, contendo dezenas de referências aos trabalhos originais, figuras e tabelas que, espero, auxiliem no entendimento dos assuntos.

É interessante notar que, ao longo dos anos, os jornais e as línguas de publicação dos artigos originais variam de acordo com o centro financeiro e cultural/intelectual da época. Se voltarmos bastante no tempo (século XVII), veremos que o ‘Principia’ de Isaac Newton foi escrito em latim, mas, por outro lado, o respeitado ‘Philosophical Transactions’ era escrito em inglês. Os jornais franceses do mesmo período eram editados em francês, e os alemães em alemão. Até aí, nada de mais. No entanto, quando vamos caminhando na história, vemos que há um declínio da física

na França no século XIX, ao mesmo tempo em que a Alemanha (*Zeitschrift für Physik*, por exemplo) e a Inglaterra (*Philosophical Transactions*, por exemplo) passam a ser centros fundamentais de pesquisa, concentrando um número expressivo de publicações. Ao entrarmos no século XX, temos um lento (mas constante) crescimento de publicações baseadas nos EUA (*Physical Review* e outras derivadas desta). Isto acontece com maior velocidade após a ascensão de Hitler na Alemanha nazista, com dezenas de cérebros fugindo da perseguição.

Ao mesmo tempo que temos esta mudança de centro financeiro e intelectual, temos o surgimento do sistema de ‘avaliação por pares’ dos artigos: um artigo é submetido para uma revista que o envia a um parecerista, que emite um parecer que pode recomendar a publicação, rejeitar ou sugerir modificações. Einstein¹, que publicava em jornais alemães (*Annalen der Physik*, por exemplo) e em alemão até sua ida para os EUA, passou em 1933 a escrever para as revistas americanas, em particular, para a *Physical Review*. No entanto, ele teve um artigo (sobre ondas gravitacionais) criticado negativamente por um parecerista, no que considerou uma espécie de censura. Nunca mais enviou nenhum artigo seu para a *Physical Review*².

Atualmente, há repositórios que permitem que um artigo seja ‘publicado’ online sem que haja a revisão por pareceristas. Um repositório amplamente utilizado pela comunidade da física é o arXiv (<https://arxiv.org/>), com dezenas de artigos sendo publicados todos os dias. Se, por um lado, isso garante a todos a liberdade de publicar suas ideias, por outro, nos obriga a ter muito cuidado com o que se lê, pois há artigos escritos com esmero e cuidado conceitual e há outros que são pura empulhação. Assim, verificar a fonte torna-se um trabalho constante do leitor. Recomendo que você faça isso nas páginas deste livro.

¹Cito Einstein porque ele é, para mim, o maior físico desde Newton. Se ele não tinha o brilhantismo matemático de Newton, o supera em intuição física (sua simplicidade de raciocínio é lendária). Além disso, ele é o pai da gravitação moderna e da MQ.

²A. Pais. “Sutil é o Senhor. . . : A Ciência e a Vida de Albert Einstein”. Nova Fronteira (2005).

Sumário

Prefácio	VII
1 Radiação de Corpo Negro	1
1.1 Introdução histórica	1
1.2 A lei de Stefan-Boltzmann	3
1.3 Lei de deslocamento de Wien	6
1.4 Lei de Rayleigh-Jeans	12
1.5 A descoberta de Planck	16
1.5.1 Obtendo a fórmula de Planck	18
2 Efeito Fotoelétrico	25
2.1 Introdução histórica	25
2.2 O efeito fotoelétrico	31
2.2.1 A quantização do campo eletromagnético	32
2.3 Quantização do átomo de hidrogênio	35
2.4 O Experimento de Millikan de 1916	37
2.5 Experimento de Frank-Hertz	40
3 Modelos Atômicos	45
3.1 Introdução histórica	45
3.2 Os químicos	46
3.3 Os físicos	50
3.4 Os raios catódicos	54
3.4.1 J. J. Thomson	55
3.4.2 E. Rutherford	59
3.4.3 Niels Bohr	68

4	Relembrando o Formalismo da MQ	75
4.1	Introdução histórica	75
4.2	Valor médio e densidade de probabilidade	78
4.3	Autovalores e autovetores	83
4.4	A visão matricial de Heisenberg	87
4.4.1	Matrizes 2×2	90
4.5	A visão ondulatória de Schrödinger	92
5	A Equação de Schrödinger	95
5.1	Introdução histórica	95
5.2	Experimento da dupla fenda de Young	97
5.3	De Broglie	99
5.4	O Experimento de Stern-Gerlach	100
5.5	Bósons e férmions	102
5.5.1	Bósons	102
5.5.2	Férmions	104
5.6	A equação de Klein-Gordon	106
5.7	O princípio da exclusão de Pauli	111
5.7.1	Número Quântico Principal	112
5.7.2	Número quântico azimutal	112
5.7.3	Número quântico magnético	113
5.7.4	Número quântico de spin	113
5.8	A equação de Schrödinger	113
5.8.1	O oscilador harmônico	116
5.8.2	O átomo de hidrogênio	119
5.8.3	Momento magnético orbital	122
5.8.4	Momento angular orbital	122
5.8.5	Número quântico principal	123
6	A Equação de Dirac e as Antipartículas	125
6.1	Introdução histórica	125
6.2	Transformações de Lorentz	127
6.3	A equação de Dirac	129
6.4	Teoria dos buracos	132
7	Emaranhamento Quântico	135
7.1	Introdução histórica	135
7.2	Paradoxo de Einstein-Podolsky-Rosen	138

7.3	Correlação de spin de Bohm e Aharonov	142
7.4	O teorema de Bell	144
8	Decoerência e Informação...	151
8.1	Introdução histórica	151
8.2	O que é decoerência quântica?	152
8.3	O método JWKB	152
8.4	Matriz densidade	156
8.5	O que é informação quântica	159
8.6	Entropias	160
8.6.1	Entropia de Boltzmann	160
8.6.2	Entropia de Shannon	160
8.6.3	Entropia de von Neumann	163
9	Computação Quântica	165
9.1	Introdução histórica	165
9.2	Bit e qubit	167
9.3	Programando um computador quântico	170
9.4	E o <i>hardware</i> ?	170
9.5	Armazenamento de informação quântica	171
10	Processos de Decaimento	175
10.1	Introdução histórica	175
10.2	Reações nucleares	176
10.3	Decaimento radioativo	179
10.3.1	Decaimento α	181
10.3.2	Decaimento β	182
10.3.3	Decaimento γ	183
10.3.3.1	Dinâmica do decaimento	183
10.4	Leis de decaimento	185
10.4.1	Decaimento exponencial	185
10.4.2	Decaimento multimodal	188
11	Fissão e Fusão Nuclear	191
11.1	Introdução histórica	191
11.2	Massas nucleares	193
11.2.1	Energia de ligação nuclear	195
11.2.2	Energia de separação	196

11.3	Fissão nuclear	197
11.3.1	Modelos de fissão nuclear: gota líquida	200
11.3.1.1	Contribuição do volume nuclear	200
11.3.1.2	Contribuição da superfície nuclear	201
11.3.1.3	Contribuição da repulsão coulombiana	201
11.3.1.4	Contribuição da simetria nuclear	201
11.3.1.5	Contribuição da paridade nuclear	201
11.4	Fusão nuclear	203
11.5	Reatores nucleares	203
12	Processos de Nucleossíntese	205
12.1	Introdução histórica	205
12.2	Reações de nucleossíntese	206
12.3	Queima do hidrogênio	207
12.4	Reação próton-próton	208
12.5	Ciclo do carbono-nitrogênio-oxigênio	209
12.6	Queima do hélio	210
12.7	Produção de berílio	210
12.8	Produção de carbono	211
12.9	Queima de elementos pesados	212
12.10A	MQ e a nucleossíntese	212
13	Introdução ao Modelo Padrão	215
13.1	Introdução histórica	215
13.2	Os aceleradores de partículas	216
13.2.1	Tipos de aceleradores	218
13.3	Eletrodinâmica quântica	220
13.3.1	Diagramas de Feynman	221
13.4	A geometrização das partículas elementares	223
13.4.1	Os grupos	223
13.4.2	O modelo de quarks	225
13.4.3	Barions e mésons	228
13.5	O problema da massa	232
13.5.1	O bóson de Higgs	232
13.5.2	A interação eletrofraca	236
13.5.3	O confinamento dos quarks	237
13.5.4	O plasma de quarks e glúons	239

Capítulo 1

Radiação de Corpo Negro

1.1 Introdução histórica

O determinismo é uma ideia central na física clássica que diz, basicamente, que podemos prever todo o futuro e passado de um evento apenas com base em uma única equação matemática. A física quântica, por outro lado, rompe com este paradigma ao introduzir a probabilidade de ocorrência de um evento como parte fundamental na descrição de suas realidades possíveis. Assim, na física clássica, o objeto sujeito à medição sempre teve e terá um valor que pode ser determinado a partir de condições iniciais dadas; na física quântica, por outro lado, o objeto da medição possui um valor provável, definido no momento exato da medição¹.

Historicamente, no entanto, a física quântica não tem seu início com o cálculo de probabilidades, muito embora este pudesse ser um caminho possível². Seu início se dá pelo estudo da radiação de *corpo negro*, definido como um objeto capaz de absorver toda a radiação que nele incide.

Na prática, um corpo negro é construído como uma cavidade com envoltório isotérmico³ (veja a figura 1.1). Para saber se um corpo é

¹ Isso não quer dizer que os valores dentro da mecânica quântica variem! Repetindo-se as condições físicas, teremos sempre a mesma probabilidade de medida. O ente quântico é uma probabilidade.

² F. Hund. “Paths to Quantum Theory Historically Viewed”. *Physics Today* 19(8), 23-29 (1966).

³ Otto Lummer e Ferdinand Kurlbaum desenvolveram em 1892 o radiômetro de substituição elétrica que permitia a medição quantitativa da radiação eletromagnética, que era um pré-requisito para a medição da radiação térmica.

capaz de absorver toda a radiação incidente, precisamos quantificar a densidade de energia radiante presente no volume que ele ocupa. Assim, definimos a densidade de radiação como a quantidade de energia de radiação por unidade de área, sendo normalmente medida em Watts por metro quadrado (W/m^2).

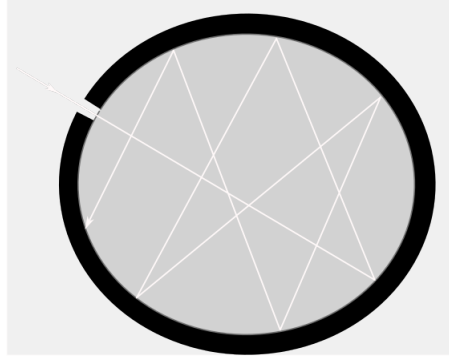


Figura 1.1. Corpo negro representado como uma cavidade isolada termicamente. Um feixe de luz (ou um fóton) atravessa o orifício e fica ‘preso’ dentro da cavidade (não sai mais e daí o nome corpo negro).

As primeiras análises da época olhavam o problema do corpo negro a partir do ponto de vista da lei de Wien, que diz que a densidade de radiação dentro da cavidade à temperatura T (constante), por unidade de frequência ν , é dada por

$$\rho(\nu, T) = \frac{4\pi}{c} \nu^3 f(\nu/T), \quad (1.1)$$

sendo c a velocidade da luz no vácuo e $f(\nu/T)$ uma função com caráter fortemente fenomenológico⁴. Claro, a expressão (1.1) pode ser escrita como sendo dependente do comprimento de onda λ , pois $c = \lambda \nu$. Assim, escrevemos a densidade de radiação em termos de λ como

$$\rho(\lambda, T) = \frac{4\pi c^2}{\lambda^3} f(\lambda/T). \quad (1.2)$$

⁴Lembrando que a fenomenologia se dedica a criar modelos teóricos com base em resultados experimentais.

Na dedução original de Wien são incorporados argumentos termodinâmicos e o efeito Doppler⁵. Farei uma dedução da fórmula de Wien para vermos o papel das aproximações realizadas durante o processo. Primeiro, no entanto, farei a dedução da lei de Stefan-Boltzmann, que antecede a lei de Wien.

1.2 A lei de Stefan-Boltzmann

A lei de Stefan-Boltzmann (Josef Stefan deduziu empiricamente e Ludwig Boltzmann, ex-aluno de Stefan, fez a dedução teórica) surge dentro da termodinâmica, relacionando a intensidade da radiação emitida por um corpo à sua temperatura. De fato, esta lei diz que a energia de radiação total absorvida/emitida (por unidade de área por unidade de tempo) por um corpo que é um perfeito absorvedor (corpo negro) é proporcional à quarta potência de sua temperatura. Chamando de J esta energia, escrevemos

$$J(T) = \sigma T^4, \quad (1.3)$$

sendo que $\sigma \approx 5,670 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ é a chamada constante de Stefan-Boltzmann. No caso geral (e mais real), isto é, naquele em que o corpo não é um perfeito absorvedor/emissor, devemos escrever

$$J(T) = \varepsilon \sigma T^4, \quad (1.4)$$

sendo ε a emissividade da superfície (que depende de propriedades físicas do material), variando entre 0 e 1, sendo que $\varepsilon = 1$ para o corpo negro.

A descoberta desta lei de modo empírico se deu em 1879, por Stefan, que estudava os dados experimentais obtidos por Joseph Tyndall⁶. No experimento, Tyndall analisava a relação entre a cor de um filamento de platina e sua temperatura correspondente⁷. Da análise dos dados experimentais, Stefan deduziu que a radiação absorvida/irradiada dependia

⁵W. Wien. “Ueber die Energievertheilung im Emissionsspectrum eines schwarzen Körpers”. *Annalen Der Physik Und Chemie* 294(8), 662–669 (1896).

⁶Curiosidade: existe um efeito na física chamado Tyndall que, de modo simples, diz que ondas com grande comprimento tem maior propagação do que aquelas com menor comprimento.

⁷J. Tyndall. “On luminous and obscure radiation”. *Philosophical Magazine* 4(28), 329–341 (1864). Cabe notar que no título do artigo de Tyndall, a palavra *luminous* faz referência à luz visível e *obscure*, à luz infravermelha.

da quarta potência da temperatura do filamento de platina⁸. Ele fez o que chamamos de ajuste de dados: a partir dos dados experimentais, descobriu a melhor curva que descreve esses dados.

Em 1884, a partir de fundamentos puramente teóricos, Boltzmann obtém as equações que levam ao resultado empírico de Stefan⁹. Para tanto, Boltzmann, por meio de considerações termodinâmicas, faz uso de um resultado que havia sido recém-descoberto: a radiação podia exercer pressão¹⁰. Foi Adolfo Bartoli quem fez esta descoberta, influenciando Boltzmann¹¹, que estava ciente, então, de que havia uma pressão devida à colisão entre a radiação eletromagnética (formada pelos fótons, que ainda não se sabia que existiam) e a superfície de um corpo de teste.

A dedução do resultado de Stefan não é das mais complicadas: Boltzmann já sabia que a pressão de radiação, para um gás em equilíbrio térmico, depende da densidade de energia¹² interna ρ da seguinte forma:

$$p = \frac{\rho}{3}, \quad (1.5)$$

pois se supunha que o meio era homogêneo e isotrópico, e daí temos o porquê do fator $1/3$ (a distribuição é igual para as 3 direções do espaço). Por outro lado, para um corpo em equilíbrio térmico (T constante), vale a relação termodinâmica no caso reversível:

$$dU = T dS - p dV, \quad (1.6)$$

sendo S a entropia e U a densidade de energia interna do sistema. Podemos escrever para uma variação infinitesimal de volume dV

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T - p. \quad (1.7)$$

⁸J. Stefan. “Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur”. Sitzungsberichte der Mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften 79, 391–428 (1879).

⁹L. Boltzmann. “Ableitung des Stefan’schen Gesetzes, betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur aus der electromagnetischen Lichttheorie”. Annalen der Physik und Chemie 258(6), 291–294 (1884).

¹⁰Já se sabia que a radiação podia exercer pressão, usando considerações eletromagnéticas (Maxwell).

¹¹Vale a pena ler: B. Carazza e H. Kragh. “Adolfo Bartoli and the problem of radiant heat”. Annals of Science 46(2), 183–194 (1989).

¹²Analogamente à densidade de radiação, a densidade de energia equivale a considerar todas as formas de energia por unidade de área.

Existe um conjunto de identidades dentro da termodinâmica conhecido como *relações de Maxwell*, que tratam de relações derivativas (infinitesimais) entre as variáveis macroscópicas da termodinâmica¹³. Para o presente caso, temos a relação útil

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \quad (1.8)$$

que permite escrever a equação (1.7) como

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p. \quad (1.9)$$

Por outro lado, a definição de densidade de energia dentro de um volume V é dada pela relação

$$U = \rho V, \quad (1.10)$$

e usando o resultado (1.5), temos

$$\rho = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = \frac{T}{3} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_V - \frac{\rho}{3}. \quad (1.11)$$

Ao reescrevermos a equação acima, obtemos a equação diferencial

$$\rho = \frac{T}{3} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_V - \frac{\rho}{3}, \quad (1.12)$$

que pode ser simplificada de modo a termos (mantendo V fixo)

$$\frac{4\rho}{3} = \frac{T}{3} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_V \rightarrow 4\rho = T \frac{\partial \rho}{\partial T}. \quad (1.13)$$

Separando as variáveis (mantendo os termos que dependem apenas da densidade de um lado da igualdade e os que dependem apenas da temperatura do outro), teremos a equação diferencial

$$\frac{d\rho}{4\rho} = \frac{dT}{T}, \quad (1.14)$$

cujas solução é

$$\rho = CT^4, \quad (1.15)$$

sendo C uma constante de integração, que será identificada com a constante de Stefan-Boltzmann, no futuro. Assim, em poucos minutos, temos a dedução teórica do resultado empírico de Stefan.

¹³Conjunto de equações obtidas por Maxwell usando o fato de que a ordem de diferenciação de funções analíticas é irrelevante (teorema de Schwarz).

1.3 Lei de deslocamento de Wien

A lei de deslocamento (ou de escala) de Wien assume que o produto do valor do máximo do comprimento de onda pela temperatura correspondente é constante. Esta lei foi obtida assumindo-se que o comprimento de onda emitido era pequeno, isto é, que a frequência de emissão é grande, mantendo-se a temperatura constante. Esta lei de deslocamento diz, em poucas palavras, que para o pico máximo de emissão, a frequência ν_{max} e a temperatura T de emissão são proporcionais, permitindo escrever

$$\nu_{max} \propto T, \quad (1.16)$$

mas como $\nu = c/\lambda$, sendo c novamente a velocidade da luz no vácuo, temos que no máximo de emissão

$$c \propto \lambda_{max} T \rightarrow c_w = \lambda_{max} T, \quad (1.17)$$

sendo $c_w = 2,898 \times 10^{-3}$ mK a chamada constante de Wien, medida experimentalmente. Este resultado pode ser observado graficamente na figura 1.2. Para diferentes temperaturas (assumida constante para cada curva), temos um máximo no comprimento de onda (um máximo de intensidade de luz). Wien notou que, aparentemente, as curvas são muito semelhantes (principalmente para grandes comprimentos de onda), indicando uma espécie de lei de escala (a lei do deslocamento do ponto de máximo) que simplesmente ‘mudava’ o ponto de máximo por um fator (o fator de escala).

Para deduzir a lei de Wien, sigo aqui Mavani e Singh¹⁴ e a fonte fundamental, Max Born¹⁵.

Observe a figura 1.3. O esquema de montagem é relativamente simples: um sistema adiabático¹⁶ é construído tendo por base um cilindro com pistão móvel, que se movimenta com velocidade u em condição de movimento quasi-estático (um espelho perfeito é colado no pistão). A fonte S emite um feixe de radiação, que colide com o pistão móvel, sendo perfeitamente refletida em um ângulo θ , observado após a reflexão pelo observador em O .

¹⁴H. Mavani e N. Singh. “A Concise History of Black-body Radiation Problem”. arXiv:2208.06470v1.

¹⁵M. Born. “Atomic Physics”. Blackie & Son Limited (1969).

¹⁶Sistema no qual não há troca de calor com o ambiente.

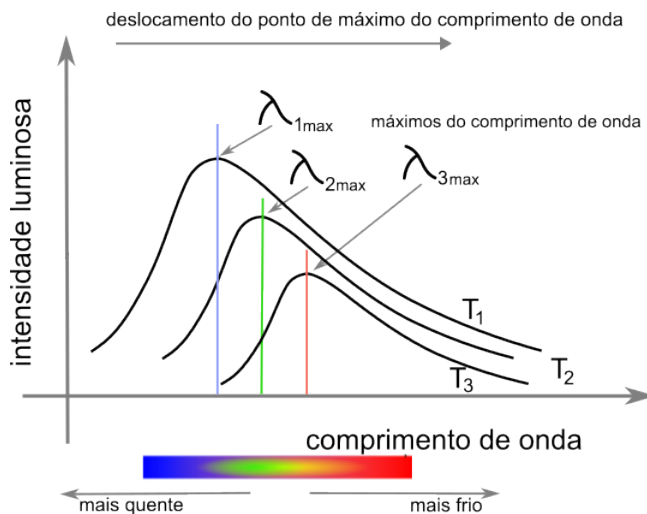


Figura 1.2. Intensidade de luz por comprimento de onda para diferentes temperaturas. O máximo do comprimento de onda segue uma lei de deslocamento: ele ‘muda’ de posição de acordo com o fator de escala (ou fator de deslocamento).

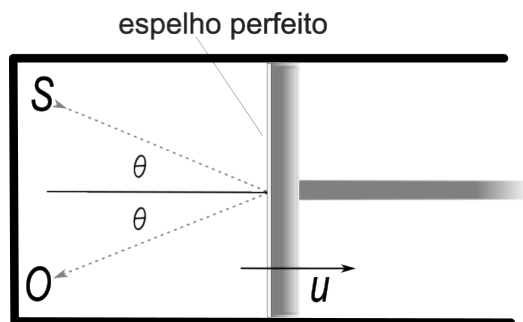


Figura 1.3. A radiação sai da fonte S e incide no pistão (móvel) do cilindro, colocando-o em movimento com velocidade escalar u . A radiação reflete no espelho perfeito colocado no pistão, sendo observada posteriormente pelo observador em O .

A radiação incidente faz pressão sobre o pistão e, como não há nenhuma transferência de calor, o processo se mantém no regime adiabático.

No instante $t = 0$, a radiação incide sobre o pistão, que reflete o feixe com um ângulo θ . Se o pistão fosse fixo, então o observador em O mediria a mesma frequência que o feixe tinha ao deixar a fonte em S . No entanto, o pistão se movimenta, introduzindo o efeito Doppler no tabuleiro do jogo, alterando a frequência percebida pelo observador. Este aparato é fundamental para todo o resto da dedução de Wien. No caso sem movimento, o observador em O mediria a frequência da radiação tal qual a fonte emite. Ou seja, ele mediria

$$\nu' = \nu, \quad (1.18)$$

sendo ν' a frequência medida em O . No entanto, existe uma alteração na frequência da fonte devido ao seu movimento, que é consequência do efeito Doppler mostrado abaixo:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu' - \nu}{\nu} = \frac{u}{c} \cos \theta, \quad (1.19)$$

sendo que $\Delta\nu = \nu' - \nu$ é a variação da frequência. Estando o observador fixo na cavidade, então todo o movimento vem da fonte, que para o observador em O corresponde ao pistão móvel. Ao se movimentar com velocidade u , na mesma direção que a propagação do feixe, isso faz parecer que tanto a fonte S quanto o observador em O se movem com velocidade u .

Para um observador localizado perpendicularmente ao espelho, dentro do tempo t o feixe terá percorrido a distância Δx . Quando o feixe atinge o observador, terá demorado o mesmo tempo t e percorrido o mesmo Δx . Logo, para o observador, a percepção será de que o espelho se move com velocidade $2u$. Assim, a variação da frequência será de $-(2u/c) \cos \theta$. Considerando os feixes oblíquos, temos que a variação da frequência medida em O é dada por

$$\Delta\nu = -\nu \left(\frac{2u}{c} \right) \cos \theta \rightarrow \nu' = \nu \left(1 - \frac{2u}{c} \cos \theta \right). \quad (1.20)$$

Suponha que o espelho possui área A . A intensidade da radiação que incide no espelho durante o infinitésimo de tempo dt é $IAdt$. Se toda a radiação sofre o mesmo ângulo de reflexão, o que é razoável supor, então toda a energia que reflete no pistão de área A durante o tempo dt é $I'Adt$.

A diferença entre as radiações incidente e refletida corresponde à perda de energia que se deve ao trabalho da pressão da radiação no espelho. Oras, a intensidade da radiação varia conforme o caminho percorrido pelo feixe de luz. Isto é, devemos levar em conta o ângulo de reflexão θ . Assim, para o intervalo $(\nu, \nu + d\nu)$, devemos fazer

$$I(\nu)dA\nu dt \rightarrow I(\nu) \cos \theta dA\nu dt. \quad (1.21)$$

Por outro lado, para o intervalo $(\nu', \nu' + d\nu')$, devemos fazer a substituição

$$I(\nu')dA\nu' dt \rightarrow I(\nu') \cos \theta dA\nu' dt. \quad (1.22)$$

Logo, a energia perdida durante o processo é dada por

$$- [I(\nu)d\nu - I(\nu')d\nu'] \cos \theta dA dt. \quad (1.23)$$

e corresponde à energia que se transformou no trabalho que foi exercido pela pressão de radiação sobre o pistão. A densidade de energia depende da incidência, pois

$$I = \rho(\nu)c, \quad (1.24)$$

mas como devemos levar em conta o ângulo de incidência, então temos o resultado

$$I = \rho(\nu)c \cos \theta. \quad (1.25)$$

Por outro lado, a pressão devido à radiação depende da intensidade I , sendo escrita como

$$p = \frac{2I}{c}. \quad (1.26)$$

Mas, novamente, devemos levar em conta o ângulo de incidência, pois ele nos diz o quanto de radiação temos de fato incidindo sobre o objeto. Logo, escrevemos

$$p = \frac{2I}{c} \cos \theta. \quad (1.27)$$

Portanto, acomodando os resultados anteriores, temos o seguinte resultado para a pressão:

$$p = 2\rho(\nu) \cos^2 \theta. \quad (1.28)$$

A velocidade u , no tempo t , permite um deslocamento $x = ut$ (ou $dx = udt$). Assim, o trabalho devido à pressão de radiação é dado por

$$W = \frac{p}{A} V = pA ut = 2Au \rho(\nu) \cos^2 \theta t, \quad (1.29)$$