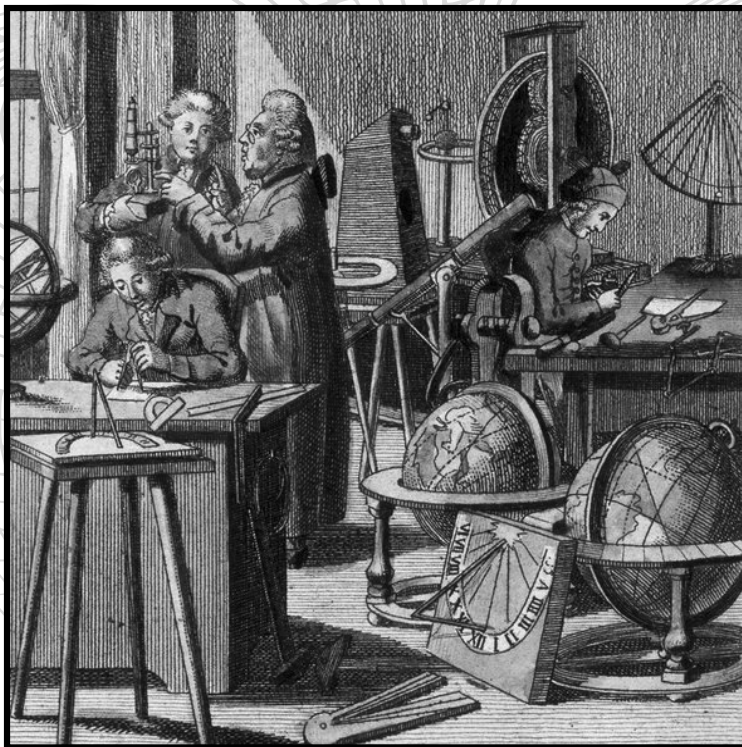


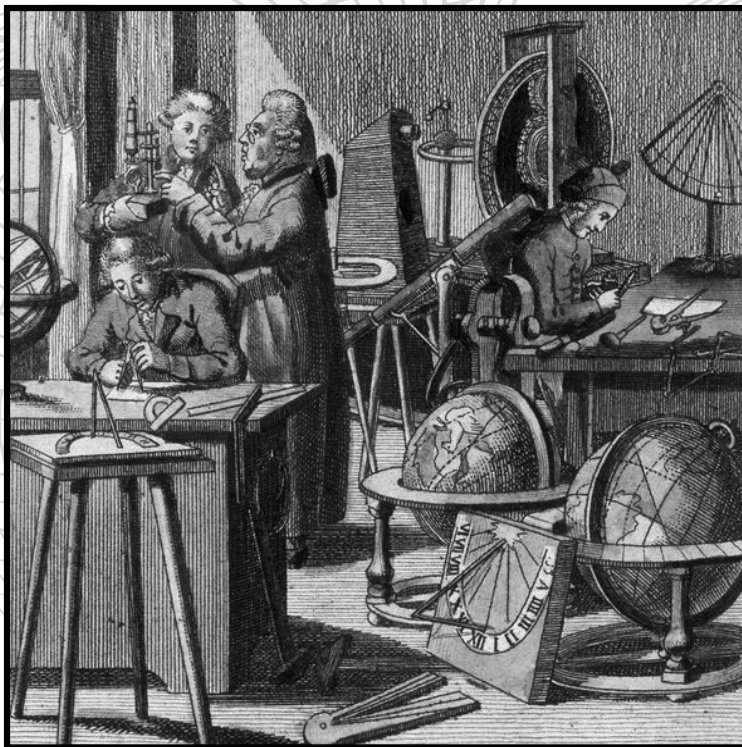
Pesquisas em História e Epistemologia do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino



IRAN ABREU MENDES

Organizador

Pesquisas em História e Epistemologia do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino



Copyright © 2025 Autores

Editores: José Roberto Marinho e Victor Pereira Marinho

Projeto gráfico e Diagramação: Horizon Soluções Editoriais

Capa: Horizon Soluções Editoriais

Imagem de capa: Der Mechanicus. Gravura em cobre de Joh. Leitner

Revisão Linguística: Margarida Knobbe

Texto em conformidade com as novas regras ortográficas do Acordo da Língua Portuguesa.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Pesquisas em história e epistemologia do cálculo diferencial e integral para o ensino. / Iran Abreu Mendes, organizador. - São Paulo: LF Editorial, 2025.

Vários autores.
ISBN: 978-65-5563-663-5

1. Cálculo diferencial - Estudo e ensino 2. Cálculo integral - Estudo e ensino 3. Epistemologia 4. Matemática (Ensino fundamental) I. Mendes, Iran Abreu.

25-308184.7

CDD: 515.3307
515.4307

Índices para catálogo sistemático:

1. Cálculo diferencial: Matemática: Estudo e ensino 515.3307
2. Cálculo integral: Matemática: Estudo e ensino 515.4307

Livia Dias Vaz – Bibliotecária – CRB-8/9638

ISBN: 978-65-5563-663-5

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da autora. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

Impresso no Brasil | *Printed in Brazil*



LF Editorial

Fone: (11) 2648-6666 / Loja (IFUSP)

Fone: (11) 3936-3413 / Editora

www.livrariadafisica.com.br | www.lfeditorial.com.br

CONSELHO EDITORIAL

Amílcar Pinto Martins

Universidade Aberta de Portugal

Arthur Belford Powell

Rutgers University, Newark, USA

Carlos Aldemir Farias da Silva

Universidade Federal do Pará

Emmánuel Lizcano Fernandes

UNED, Madri

Iran Abreu Mendes

Universidade Federal do Pará

José D’Assunção Barros

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Luis Radford

Universidade Laurentienne, Canadá

Manoel de Campos Almeida

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Maria Aparecida Viggiani Bicudo

Universidade Estadual Paulista - UNESP/Rio Claro

Maria da Conceição Xavier de Almeida

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Maria do Socorro de Sousa

Universidade Federal do Ceará

Maria Luisa Oliveras

Universidade de Granada, Espanha

Maria Marly de Oliveira

Universidade Federal Rural de Pernambuco

Raquel Gonçalves-Maia

Universidade de Lisboa

Teresa Vergani

Universidade Aberta de Portugal

SUMÁRIO

Uma elucubração em forma de apresentação, 9

Iran Abreu Mendes

1. Sobre os princípios e métodos de pesquisa em história e epistemologia da Matemática, 15

Iran Abreu Mendes

2. Sobre criatividades históricas para o ensino do cálculo infinitesimal, 35

Iran Abreu Mendes

3. O método criativo de John Wallis na modernização da Matemática, 93

Gabriela Luckeze de Oliveira Lopes

Iran Abreu Mendes

4. O método das fluxões para o ensino de cálculo com base em Newton e Maclaurin, 133

Evanildo Costa Soares

Iran Abreu Mendes

5. Correspondências entre Leibniz e Huygens em 1691 sobre equações diferenciais separáveis, 169

Anna Karla Silva do Nascimento

Iran Abreu Mendes

6. Contribuições do livro *Théorie Générale des Fonctions* à formação de professores de Matemática, 197

Éric Souza Cartagenes

Iran Abreu Mendes

7. Uma jornada conceitual das variáveis: da Antiguidade à Modernidade, 233

Luciana Bertholdi Machado

Iran Abreu Mendes

8. Obstáculos epistemológicos na história do conceito de limite de função, 265

Mônica Suelen Ferreira de Moraes

Iran Abreu Mendes

9. Apontamentos sobre a metafísica do cálculo nos manuscritos matemáticos de Karl Marx, 313

Francisco Bruno Linhares de Alcantara

Iran Abreu Mendes

10. Sobre as contribuições gregas ao desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, 349

Maria Deusa Ferreira da Silva

Iran Abreu Mendes

Sobre os autores, 385

Uma elucubração em forma de apresentação

Iran Abreu Mendes

A construção histórica da Matemática se constitui em uma eterna busca da concretização de explicações para os processos de estruturação da realidade matemática, a partir de indagações que se referem à maneira como as questões em aberto, que emergem nas respostas aos problemas surgidos cotidianamente, a propósito do conhecimento matemático, se constituem numa perspectiva construtiva do conhecimento matemático. Especificamente, tal questão pode ser ressignificada, levando em conta os modos como procedimentos sociocognitivos relacionados à criação das escalas de comparação implicaram no surgimento da teoria das medidas, ou outra questão similar do tipo: como o processo de construção do conceito de número ocorreu no espaço-tempo, de modo a se mostrar como um eterno vir-a-ser e cada uma das respostas obtidas foram posteriormente transformadas em conhecimento acadêmico e escolar que possibilitaram a criação de atividades didáticas para o ensino da Matemática.

Podemos, portanto, admitir que o desenvolvimento histórico-epistemológico da Matemática se constitui em uma das etapas da geração da matemática escolar e que pode ser adotada como um aporte potencializador para o exercício fundamental na construção da matemática escolar desde que o professor tenha pleno domínio didático e conceitual para adotá-lo como abordagem didática na sala de aula. Esse tipo de abordagem leva à reflexão sobre os processos históricos de coexistência e unificação dos saberes cotidiano, escolar e científico da Matemática. Logo, essas etapas se mostram como um exercício sociocognitivo e cultural que estabelece as bases matemáticas históricas para ler e explicar o mundo, manifestadas na forma de três categorias conceituais básicas: as formas; as quantidades e as

medidas, em suas relações categoriais estabelecidas desde suas origens até as novas reformulações continuadas historicamente.

Nessa esteira reflexiva podemos asseverar que diante dos movimentos de criação na história da Matemática, o pesquisador suspeita hipotética ou indagativamente acerca de um acontecimento matemático e prossegue em um itinerário de pesquisa nas searas das histórias das matemáticas em busca de indícios que lhe poderão fazer elaborar ideias primeiras ou conceitos primários (primitivos) a respeito dos objetos matemáticos que poderão explicar suas respostas acerca das suspeitas lançadas inicialmente. De acordo com a teoria axiomática (Blanché, 2016)¹, as proposições primeiras passam a ser conhecidas como axiomas ou postulados e as proposições formalizadas ou teoremas são estabelecidas ampliadamente para um domínio qualquer do saber matemático, constituindo-se em teorias que pretendem circunscrever a matemática das origens e transformações conceituais às continuidades desse processo em movimentos históricos e trajetórias conceituais contínuas.

Nessa perspectiva, admitimos que o professor pode fazer uso de textos fundados na recriação histórica da Matemática para uso em aulas de matemática com vistas à exploração dos movimentos expostos em recriação lógica e sequencial histórica conforme interesses pessoais, profissionais e institucionais. Trata-se de uma adaptação sistemática e ressignificada de cada aspecto conceitual que poderá ser explorado em sala de aula a partir dos textos históricos recriados com fins didáticos para abordar temas propostos no programa de Matemática escolar estabelecidos pelas instituições educacionais e nos livros didáticos de Matemática da educação básica e do ensino superior.

Para colocar essas recriações históricas em práticas didáticas na sala de aula se faz necessária uma organização de planejamentos

¹ Mais detalhes consultar *L'Axiomatique*, de Robert Blanché. Paris: PUF, 2016.

de ensino que envolva o uso de atividades didáticas previamente elaboradas, como atualmente são as atividades com utilização de TDICs, ou ainda por meio da proposição prévia de projetos de investigação temática, ou outros encaminhamentos de investigações temáticas abertas, etc., que possibilitem, também, a realização de seminários de acompanhamento e avaliação contínua dos processos de recriação histórica, envolvendo a participação do professor e dos estudantes, bem como debates temáticos para apreensão e compreensão dos aspectos conceituais em seus desenvolvimentos históricos e epistemológicos conectados às contextualizações atuais. Trata-se de avançar no alcance das finalidades didáticas do professor, que envolvam integração de temas, saberes e práticas matemáticas, ou seja, a satisfação da vontade de integração dos saberes na forma de conhecimento escolar em qualquer nível de ensino. Sinteticamente, podemos representar pelo infográfico elaborado pelo autor e mostrado a seguir.

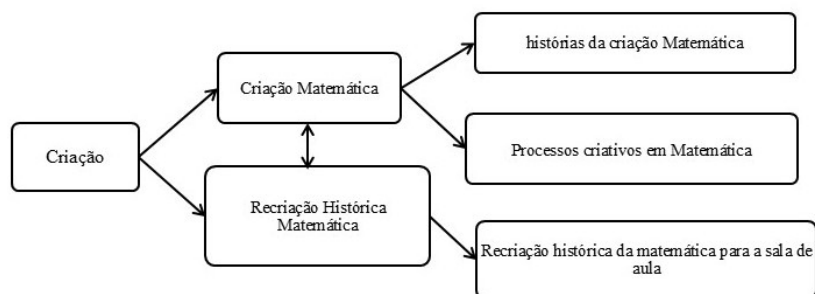


Figura 1. Descritor referente à criação matemática por meio da investigação histórica. **Fonte:** Elaboração do autor

A vontade de integração implica na busca dos processos de criatividade na criação matemática histórica e em sua escrita. Trata-se da leitura, interpretação e discussão de demonstrações de teoremas matemáticos em diferentes estágios de suas elaborações argumentativas, ou seja, a leitura e análise conceitual do processo de criação de con-

12 PESQUISAS EM HISTÓRIA E EPISTEMOLOGIA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL...

ceitos e relações matemáticas como o conceito de função; os conceitos algébricos em geral e as criações das geometrias pós Euclides (geometrias não euclidianas), bem como os erros de notações matemáticas e a criação de novas notações.

As possíveis ideias chave a serem buscadas na história da Matemática para uma aprendizagem compreensiva, envolvem problematizações e interpretações matemáticas de práticas socioculturais históricas, problemas matemáticos históricos e suas resoluções, a identificação e interpretação e modelos matemáticos históricos, bem como as interpretações matemáticas de artefatos históricos, que possibilitem a leitura, interpretação, comunicação e escrita matemática da história na elaboração de métodos matemáticos históricos e suas renovações para o ensino na atualidade, tendo em vista suas potencialidades conceituais e didáticas e as renovações nas escritas e representações digitais dessas matemáticas históricas.

Este livro é um convite para se pensar um pouco sobre os múltiplos processos operacionalizados pelo pensamento e pelas práticas matemáticas em busca de explicação para o modo de ser e de estar dos objetos matemáticos em suas correlações no contexto sociocultural ao longo da história humana e como esses modos de ser e estar foram e são captados pela mente de quem exercita a criatividade na criação matemática em todas as suas dimensões, para assim produzir conhecimento a ser disseminado no contexto escolar e científico. Estejam todos convidados para este processo de pensar sobre o tema.

A esse respeito, por exemplo, tomamos um recorte específico relacionado ao desenvolvimento histórico e epistemológico dos conceitos concernentes ao cálculo diferencial e Integral, desde os gregos, passando pelas práticas de Arquimedes acerca de problemas como a quadratura da parábola e do círculo, o problema do volume de objetos tridimensionais regulares e irregulares, até os métodos de fluxo

e as formulações sobre o cálculo de equações diferenciais, e ainda sobre o conceito de variável e limite, culminando com elaborações relacionadas à teoria geral das funções.

É nessa perspectiva que neste livro veremos que, além das diversas criações e invenções matemáticas, as formas particulares de geometria, possibilitarão identificarmos e compreendermos as mais variadas conexões conceituais que demandaram elementos de criatividade, que foram registrados e atribuídos para caracterizar seus princípios e métodos de exercício criativo em Matemática de um modo geral. Igualmente, trataremos das dinâmicas criativas acerca do cálculo, estabelecidas por alguns matemáticos e filósofos cujos trabalhos serão tomados na forma de fragmentos históricos relativos ao desenvolvimento do tema, que serão comentados na forma de episódios determinantes no desenvolvimento de ideias temáticas que se perpetuaram e se desdobraram em novos conhecimentos, de uma importância cultural, social, científica e tecnológica sem dimensão.

A esse respeito, o livro inicia com uma abordagem acerca dos princípios e métodos de pesquisa em História e Epistemologia da Matemática tendo em vista situar o leitor acerca das particularidades referentes a esse tipo de pesquisa. Em seguida tratará sobre as criatividades históricas para o desenvolvimento do cálculo infinitesimal e suas contribuições para o ensino de cálculo na formação e professores.

De maneira específica, os capítulos do livro destacam temas como uma jornada conceitual acerca das variáveis desde a Antiguidade até a Modernidade e as contribuições gregas ao desenvolvimento do cálculo diferencial e integral. Igualmente há destaque para o método criativo de John Wallis na modernização da Matemática e para o método das fluxões estabelecido pelo trabalho de Isaac Newton e Colin Maclaurin, bem como sobre a metafísica do cálculo apresentada nos manuscritos matemáticos de Karl Marx. Na mesma

14 PESQUISAS EM HISTÓRIA E EPISTEMOLOGIA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL...

esteira o livro segue com uma abordagem histórico-conceitual que envolve quatro correspondências entre Leibniz e Huygens em 1691 sobre equações diferenciais separáveis, envolvendo ainda comentários sobre os obstáculos epistemológicos na história do conceito de limite de função, bem como as contribuições identificadas na obra *Théorie Générale des Fonctions* que podem ser inseridas como componente curricular do programa de formação de professores de Matemática. Assim, cada tema tratado tem a finalidade de apontar implicações conceituais e didáticas para o ensino de cálculo na formação de professores de Matemática.

1

Sobre princípios e métodos de pesquisa em história da Matemática

Iran Abreu Mendes

Nota Introdutória

Neste capítulo pretendo enfatizar aspectos que possam possibilitar a interpretação de que muitas descobertas e criações no campo da produção histórica de conhecimento matemático ocorreram na tentativa de responder a problemas concretos das sociedades e das culturas, e que as soluções encontradas, muitas vezes, se revelaram utilidades práticas futuras e teorias iniciais que se aperfeiçoaram no tempo e no espaço.

Para que se possa abordar a problematização do tema, é necessário apontar esclarecimentos acerca do que se admite como história; o que se concebe e porque a história da Matemática, se ela é uma dentre muitas histórias e um dentre muitos objetos de conhecimento. Também é preciso explicitar para que se insere a história da Matemática no curso de Licenciatura em Matemática e como pode ser abordada para atender aos objetivos da formação de professores de Matemática. Significa, portanto, que precisamos destacar como podemos nos apropriar dessa história para ampliar nossos domínios dos conceitos e relações matemáticas a serem ensinados.

Para seguir na abordagem do tema, neste capítulo, para além dos aspectos problematizadores mencionados anteriormente, nos centraremos em questões orientadoras como: o que é pesquisa em

história da Matemática? Qual sua relevância para a formação de professores de Matemática e para o ensino de Matemática? Por que e para que a pesquisa em história da Matemática? Dessas questões emergem dois objetivos representativos das pesquisas em história da Matemática como: 1) descrever e explicar conhecimentos matemáticos de outros tempos e de outras civilizações e 2) entender a evolução (transformação) dos conhecimentos nos quais a Matemática se insere, como por exemplo as artes, as religiões, ciências e técnicas, bem como os valores e os comportamentos em distintos ambientes naturais e culturais.

Para alcançar os objetivos representativos das pesquisas em história da Matemática, precisamos nos orientar por categorias de análise que se referem principalmente ao espaço e tempo na sociedade e na cultura, pois essas duas categorias nos levam a compreender como as matemáticas se manifestam em vida, produção, trabalho e relações de poder. Dessas categorias poderemos estabelecer nossas estratégias de análise a fim de entender a história da Matemática como um aspecto da história da espécie humana em sua trajetória existencial no espaço-tempo.

Princípios da pesquisa em história da Matemática

Da natureza do método historiográfico relativamente à Matemática

Com base no que é apresentado por Aróstegui (2006), interpreto que o pesquisador em história da Matemática não pode exercer a função do filósofo, pois a teoria matemática produzida ao longo dos tempos não se constituiu ou se constitui em uma situação bem diferente da filosofia. Assim, cabe ao pesquisador em história da Matemática assumir sua conceitualização sobre história e história da Matemática para colocar em prática o exercício da teorização sobre a história da Matemática construída no passado remoto e recente, ou

seja, praticar o historicismo em Matemática. Trata-se de estabelecer um modelo teórico que sustente essa prática historiográfica concorrente ao campo da Matemática.

Para o historiador existem, pois, duas tarefas teóricas: uma, a de elaborar uma *teoria constitutiva* de seu objeto de trabalho e que não é outra senão a teoria da *natureza do histórico*. Isso equivaleria a pronunciar-se sobre o que se chama História, o que é a dimensão histórica para os seres humanos, o que é isso na experiência de sua vida, como se manifesta essa atribuição de uma história aos sujeitos e às sociedades, de que maneira se cria e se evidencia a imersão no tempo, e outras questões desse tipo (Aróstegui, 2006, p. 88).

O autor esclarece que a teoria constitutiva da história implica na demarcação da natureza do conhecimento histórico, ou seja, significa que tanto na teoria da história, como em qualquer ciência, não se pode atribuir um sentido, uma finalidade ou uma meta ao decurso da história, uma vez que não se trata de um conhecimento baseado em instrumentos demonstráveis. A história é investigada e escrita por meio de um método próprio, que se constrói sempre de maneira bastante vinculada aos objetivos pretendidos pelo conhecimento a ser estabelecido, conforme já salientamos neste capítulo. Portanto, o método da pesquisa histórica relativamente à Matemática também consiste em uma reelaboração dos métodos de pesquisa da sociedade, ou seja, da pesquisa social, da ciência e, com base em Aróstegui (2006), podemos interpretar que se caracteriza por uma pesquisa histórico-social e cultural de práticas matemáticas.

Logo, de um modo geral, a pesquisa em história da Matemática se constitui também em uma pesquisa histórico-social e cultural da Matemática, uma vez que investigamos fenômenos socioculturais que envolvem práticas e dinâmicas de elaborações teóricas em Matemática no contexto da sociedade e da cultura em diferentes espaços

e tempos, ou seja, procuramos alinhar informações temáticas que aparecem explícitas ou implícitas de formas desordenadas em uma diversidade de documentos, objetos e práticas históricas, e buscamos criar uma sistematização alinhada e logicamente coerente com nossos objetivos de explicação para argumentar sobre o tema matemático investigado.

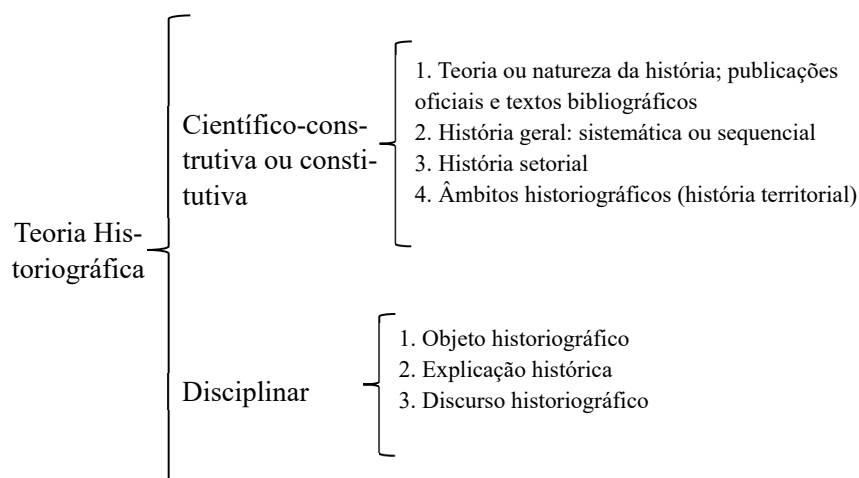


Figura 2. Conteúdo da teoria historiográfica. **Fonte:** Descritor elaborado pelo autor a partir de uma adaptação de Aróstegui (2006)

Sobre o problema da pesquisa histórica

A esse respeito, podemos considerar que se trata de uma prática que deve ser confinada a uma análise penetrante de um problema limitado, para além de um exame superficial de um setor amplo. Delimitar um problema de investigação histórica é uma das maiores dificuldades, pois é indispensável para alcançar uma análise satisfatória dos fatos e suas interconexões. Isso se alcança quando o pesquisador estabelece uma ou várias perguntas específicas frente a um fato ou acontecimento histórico com a finalidade de precisar ao máximo a explicação interpretativa do ocorrido, para assim estabelecer comparações ou determinar causas e/ou consequências.

Para compreender essa dinâmica é necessário discorrer a respeito da hipótese histórica como sendo uma resposta lógica que o pesquisador propõe antecipadamente ao problema de pesquisa, fundamentado em seu conhecimento das correntes interpretativas, na informação disponível, nos elementos comuns de outros acontecimentos similares. Com essa base, identifica as respostas mais plausíveis à pergunta de pesquisa para logo dedicar-se à recolha de evidências e informações que permitam comprovar a viabilidade das hipóteses ou sua rejeição ou refutação. Para tanto, cabe ao pesquisador munir-se das informações necessárias para questionar ou comprovar suas hipóteses. Como não viveu o que estuda, e pode ser influenciado pelos fatos que investiga, a miúdo deve, depender da dedução e da análise lógica, por meio da utilização da experiência registrada por outros, mais do que de um exercício de observação direta. Para assegurar que determinada informação seja a mais adequada possível, o pesquisador deve basear-se, sempre que possível, em informações “de primeira mão”, ou seja, de fontes primárias.

A propósito do que foi mencionado no parágrafo anterior, admitimos que uma história hipotética é caracterizada devido à sua localização no passado, uma vez que as ocorrências históricas relacionadas a um determinado fato histórico investigado não podem ser recriadas nem manipuladas, posto que todas elas se ligam entre si. Por esse motivo, os postulados hipotéticos ou contrários aos fatos são frequentemente encarados como inaceitáveis em trabalhos históricos. Assim, cada história é uma história, uma vez que as ocorrências históricas não podem ser retiradas de seu contexto e dependem diretamente das fontes de informação e de sua interpretação com base em um referencial sobre teorias da história.

Sobre as fontes de informação histórica

Compreendemos fonte de informação como todo artefato documental ou pessoa que disponha ou forneça informações relevantes a respeito do objeto da pesquisa histórica. Essas fontes são classificadas em: *primárias*, *secundárias*, *terciárias* e *quaternárias*. Em termos de tempo e espaço, a fonte primária está diretamente relacionada ao acontecimento, fato ou ocorrência alvo da investigação. Pode ser o testemunho oral ou escrito, de pessoas que participaram ou observaram diretamente o fato, assim como de documentos já registrados por escrito. Igualmente, as fontes primárias são os documentos elaborados com o propósito de transmitir informação que possa ser usada no futuro. Dentre outros, podemos mencionar: autobiografias, atas, leis, constituições, decisões de tribunais, informações oficiais, certificados, licenças, permissões, declarações, proclamas, faturas, prospectos, listas, livros, catálogos, filmes, fotografias, vídeos, discos e CDs, transcrições, periódicos, revistas, informes de investigações, anúncios, mapas, receitas, cartas, etc.

Outro grupo de fontes primárias são os objetos da cultura material, as relíquias e restos mortais. São testemunhos históricos, cuja existência não teve o propósito deliberado e consciente de transmitir informações para serem utilizadas no futuro. Associados a uma pessoa, grupo ou período, fósseis, esqueletos, ferramentas, armas, alimentos, utensílios, roupas, moradias, móveis, pinturas, quadros, moedas, objetos de arte, podem fornecer evidências claras do passado, revelando informações sobre o modo de vida, contexto sociocultural, economia, condições higiênicas, etc.

A fonte secundária geralmente tem valor limitado, devido às distorções que a informação sofre ao passar de um remetente para um destinatário. Segundo a teoria da comunicação, a mensagem que se origina do remetente deve ser codificada para que corresponda a