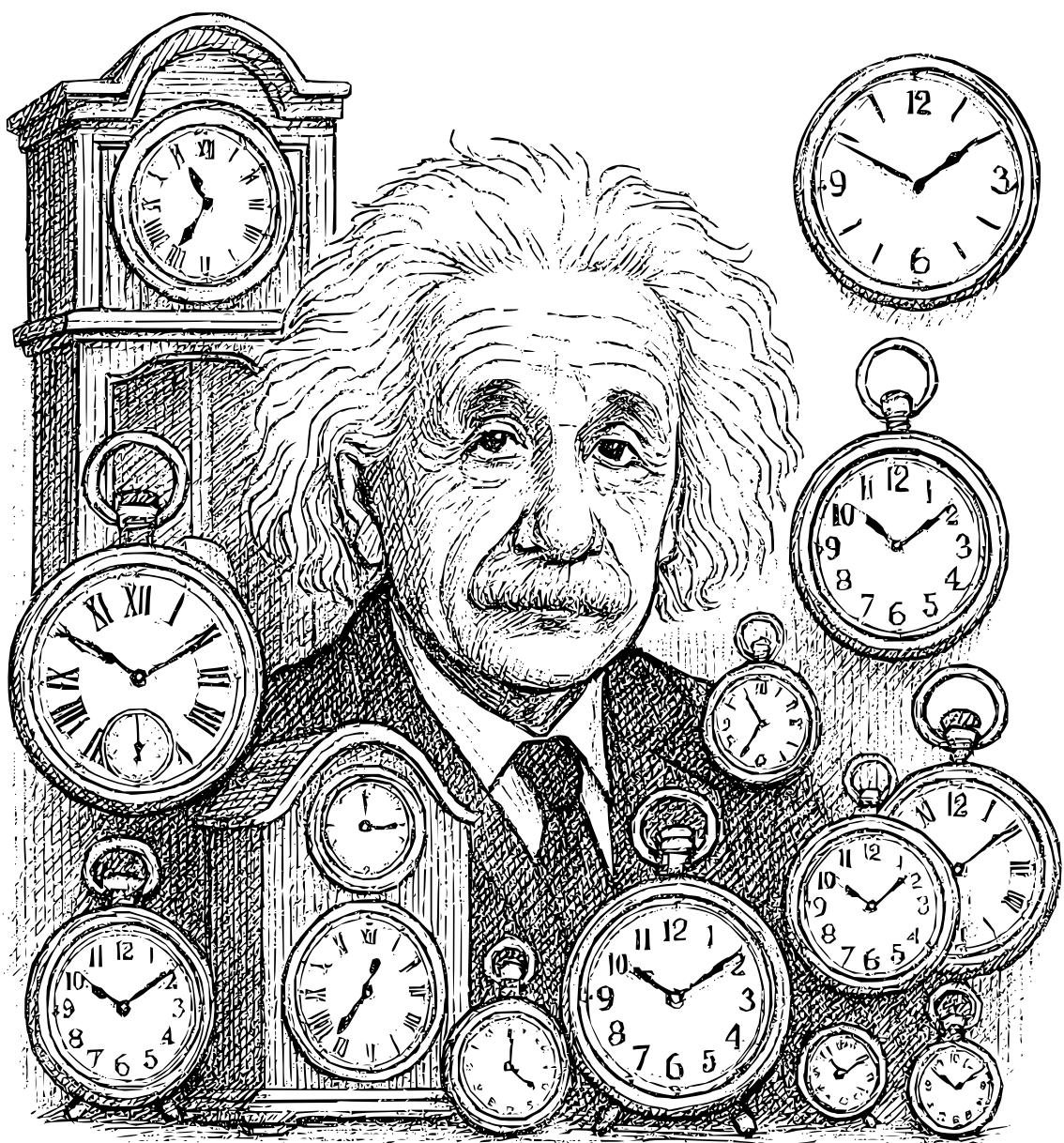


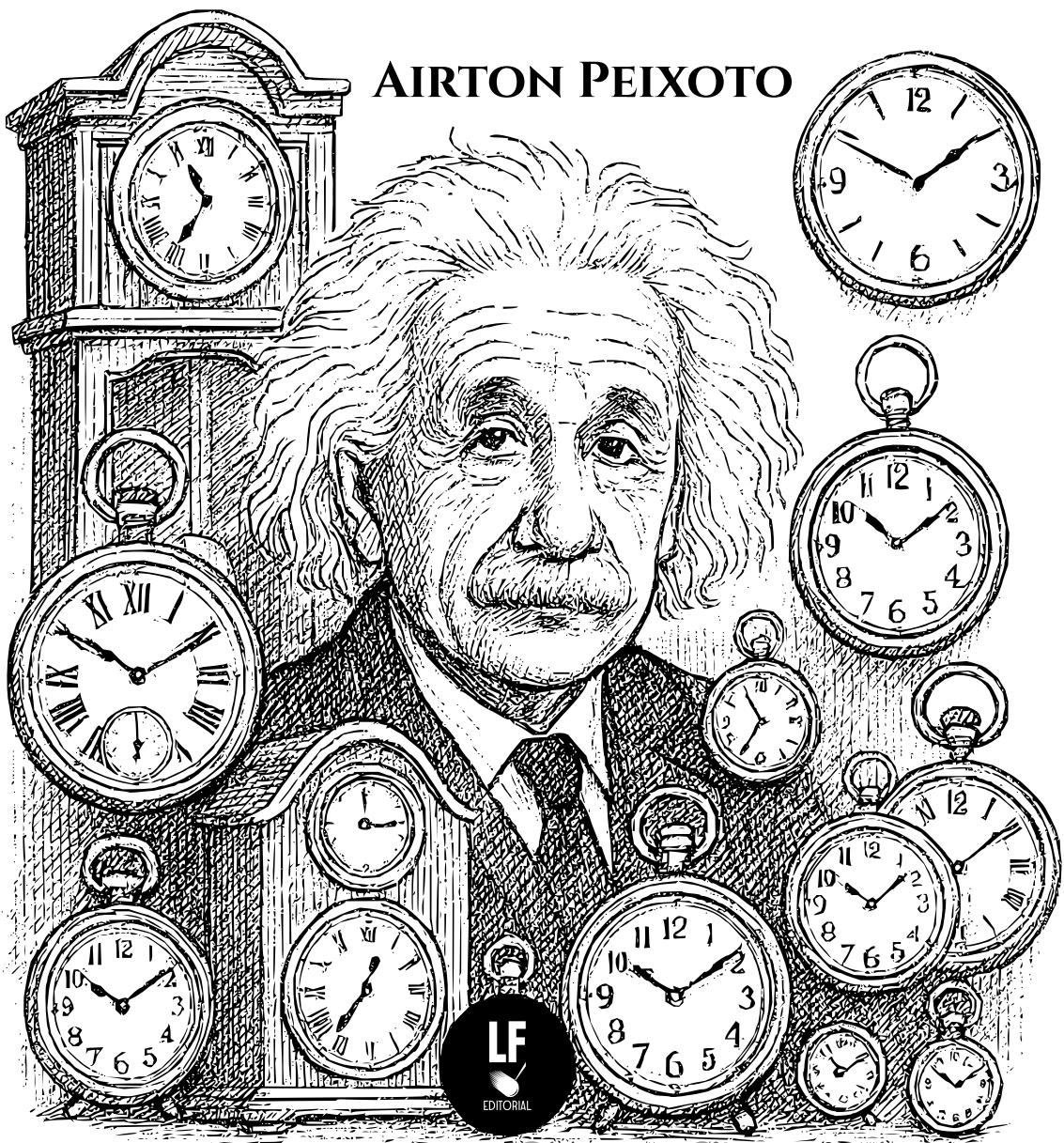
# RELATIVIDADE RESTRITA & MECÂNICA QUÂNTICA





# RELATIVIDADE RESTRITA & MECÂNICA QUÂNTICA

AIRTON PEIXOTO



Copyright © 2025 Airton Peixoto

*Editores:* José Roberto Marinho e Victor Pereira Marinho

*Projeto gráfico e Diagramação:* Horizon Soluções Editoriais

*Capa:* Horizon Soluções Editoriais

*Texto em conformidade com as novas regras ortográficas do Acordo da Língua Portuguesa.*

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Peixoto, Airton

Relatividade restrita e mecânica quântica / Airton Peixoto - São Paulo:  
LF Editorial, 2025.

Bibliografia

ISBN: 978-65-5563-688-8

1. Física 2. Mecânica 3. Mecânica quântica 4. Relatividade (Física) I.  
Título.

25-326556.0

CDD: 530.11

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Teoria da relatividade: Física 530.11

Eliane de Freitas Leite – Bibliotecária – CRB-8/8415

ISBN: 978-65-5563-688-8

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão do autor. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

Impresso no Brasil | *Printed in Brazil*



**LF Editorial**

Fone: (11) 2648-6666 / Loja (IFUSP)

Fone: (11) 3936-3413 / Editora

[www.livrariadafisica.com.br](http://www.livrariadafisica.com.br) | [www.lfeditorial.com.br](http://www.lfeditorial.com.br)

## CONSELHO EDITORIAL

**Amílcar Pinto Martins**

Universidade Aberta de Portugal

**Arthur Belford Powell**

Rutgers University, Newark, USA

**Carlos Aldemir Farias da Silva**

Universidade Federal do Pará

**Emmánuel Lizcano Fernandes**

UNED, Madri

**Iran Abreu Mendes**

Universidade Federal do Pará

**José D'Assunção Barros**

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

**Luis Radford**

Universidade Laurentienne, Canadá

**Manoel de Campos Almeida**

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

**Maria Aparecida Viggiani Bicudo**

Universidade Estadual Paulista - UNESP/Rio Claro

**Maria da Conceição Xavier de Almeida**

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

**Maria do Socorro de Sousa**

Universidade Federal do Ceará

**Maria Luisa Oliveras**

Universidade de Granada, Espanha

**Maria Marly de Oliveira**

Universidade Federal Rural de Pernambuco

**Raquel Gonçalves-Maia**

Universidade de Lisboa

**Teresa Vergani**

Universidade Aberta de Portugal



## AGRADECIMENTOS

Não posso deixar de agradecer aos Professores que disponibilizaram cursos *on-line* que ajudaram muito para que eu adquirisse conhecimento, são eles:

Prof. Luiz T. F. Eleno

| Prof. Jorge Simões de Sá Martins

Prof. Luiz T. F. Eleno

Departamento de Engenharia de Materiais  
Escola de Engenharia de Lorena  
Universidade de São Paulo



Prof. Tiago Fiorini da Silva



Agradeço também a todos que disponibilizaram as imagens e programas de cálculos que contribuíram muito para engrandecer as ilustrações e as plotagens nos gráficos, contribuindo muito para que o leitor amplie o seu aprendizado. Agradeço a todos que sempre me perguntavam se o livro já estava pronto, em especial ao Dr. Wasim Aluísio Prates Syed, formado no curso de Farmácia, USP Ribeirão Preto e Doutorado pela USP São Paulo. Muito obrigado a todos.



## PREFÁCIO

Ainda quando fazia o curso de Engenharia Mecânica na Universidade de Mogi das Cruzes, a vontade de aprender era enorme, eu estava no segundo ano do curso, fui até a biblioteca da Universidade e peguei um livro escrito por Einstein sobre a Relatividade Restrita, o livro continha toda a explicação do espaço-tempo, simultaneidade, transformações de Lorentz e o famoso trem de Einstein, não entendi nada, pensei acho melhor me dedicar ao curso que não era nada fácil. Alguns anos se passaram e eu já havia me formado quando comecei a frequentar a biblioteca da Universidade de São Paulo, Pinheiros, lá comecei a estudar por conta própria Relatividade Restrita, Geral e Mecânica Quântica, outro fiasco agora com a Mecânica Quântica, quando comecei a estudar pensei, caramba estatística, aquelas integrais bem complexas, complicadas pensei nunca vou aprender Mecânica Quântica, a essa altura já tinha um bom aprendizado sobre a Relatividade Restrita, o tempo foi passando e com paciência e perseverança, frequentando a biblioteca e conquistando várias amizades, fazendo dezenas de cursos, veio a recompensa, consegui aprender um pouco de Relatividade e Mecânica Quântica, portanto nunca desista dos seus objetivos. Este livro é apresentado em duas partes, a primeira parte trata da Teoria da Relatividade Restrita de Einstein, com um conteúdo muito interessante sobre o espaço-tempo e suas implicações, trazendo ao leitor uma agradável leitura com um conteúdo tanto literário e ao mesmo tempo técnico, contendo um conteúdo teórico que incluem as demonstrações através das equações desenvolvidas junto à teoria, começamos com uma introdução da Mecânica Clássica, Relatividade de Galileu, as Leis de Newton as Transformações de Lorentz, o famoso Trem de Einstein, Cone de luz, etc. A segunda

**10 RELATIVIDADE RESTRITA E MECÂNICA QUÂNTICA**

parte tratamos da impressionante Mecânica Quântica, incluindo o efeito fotoelétrico que é de estrema importância no desenvolvimento da teoria da Mecânica Quântica, na segunda parte do livro onde abordamos os conceitos principais da Mecânica Quântica, é trazido à tona os primórdios da teoria, desde Planck e Einstein, quando se inicia a teoria dos quanta, passando por Bohr e o seu modelo atômico, seguindo apresentamos a dualidade onda-partícula, com a importante contribuição de De Broglie, o Princípio da Incerteza de Heisenberg, as equações de Schrödinger e o seu famoso gato, o experimento mental de Einstein, Podolsky e Rosen, o chamado Paradoxo EPR, também um experimento todo esquematizado sobre emaranhamento quântico, com uma valorosa explicação deste fenômeno que foi responsável por laurear os três pesquisadores Alain Aspect, John Clauser e Anton Zeilinger que foram os ganhadores do Prêmio Nobel de Física 2022. Em todo o conteúdo deste livro, o leitor terá a oportunidade de apreciar toda a parte teórica e também as demonstrações com incríveis equações. Não perca essa oportunidade de elevar ainda mais o seu conhecimento.

# SUMÁRIO

## RELATIVIDADE RESTRITA | 13

- 1 Cinemática: Conceitos Básicos | 13
- 2 Equação Horária do Movimento | 14
- 3 Noções Geométricas da Derivada | 16
- 4 Velocidade Escalar Instantânea | 17
- 5 Aceleração Escalar Instantânea | 18
- 6 Relatividade de Galileu | 20
- 7 Relatividade Trivial | 23
- 8 Relatividade Não Trivial | 24
- 9 Primeira Lei de Newton | 27
- 10 Segunda Lei de Newton | 27
- 11 Terceira Lei de Newton | 28
- 12 Conservação da Energia da Mecânica Clássica | 30
- 13 Noções de Eletromagnetismo | 35
- 14 Alguns Tópicos da Relatividade Restrita de Einstein | 42
- 15 A Experiência de Michelson e Morley | 43
- 16 Constância da Velocidade da Luz | 45
- 17 Simultaneidade | 47
- 18 Trem de Einstein | 48
- 19 Dilatação Temporal | 49
- 20 Tempo Próprio | 52
- 21 Transformação de Lorentz | 53
- 22 Trem de Einstein | 59
- 23 Contração de Lorentz E Fitzgerald | 62
- 24 Adição de Velocidades de Einstein | 64
- 25 Momento Relativístico | 68
- 26 Energia Relativística Equivalência entre Massa e Energia | 79
- 27 Intervalo Espaço Temporal | 82
- 28 Intervalo Espaço Temporal: Outra Forma | 87
- 29 Energia Relativística: Equivalência entre Massa e Energia: Outra Forma | 88
- 30 Cone de Luz | 94

## MECÂNICA QUÂNTICA | 99

- 31 Radiação do Corpo Negro: A Fórmula De Planck | 102
- 32 Propriedades Corpusculares das Ondas | 109
- 33 Efeito Fotoelétrico | 110
- 34 Conclusões sobre o Efeito Fotoelétrico e Eletromagnetismo | 120
- 35 Postulados de Einstein do Efeito Fotoelétrico | 121
- 36 Estrutura Atômica | 129
- 37 Átomo De Bohr | 132
- 38 Efeito Compton | 140
- 39 Propriedade Ondulatória das Partícula | 143
- 40 Ondas de De Broglie | 143
- 41 Dualidade Onda Partícula | 162
- 42 Função de Onda | 164
- 43 Velocidade de Onda e Grupo de Onda | 183
- 44 Princípio da Incerteza | 189
- 45 Equação de Schrödinger Dependente do Tempo | 218
- 46 Equação de Schrödinger: Estado Estacionário | 223
- 47 Partícula em uma Caixa | 225
- 48 Partícula em uma Caixa e a Função de Onda | 229
- 49 Equação De Schrödinger para o Átomo de Hidrogênio | 238
- 50 Números Quânticos | 246
- 51 Número Quântico Principal | 249
- 52 Número Quântico Orbital | 249
- 53 Número Quântico Magnético | 253
- 54 Densidade de Probabilidade | 266
- 55 Observáveis e Operadores da Mecânica Quântica | 320
- 56 Paradoxo EPR e Emaranhamento Quântico | 355
- 57 Experiências Realizadas por Mim | 362
- Apêndice | 364
- Referências | 371
- Cursos | 372
- Sobre o autor | 375

## RELATIVIDADE RESTRITA

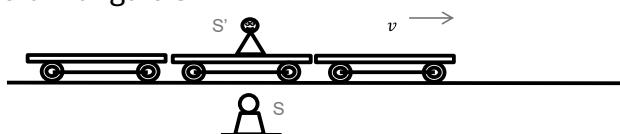
### 1 CINEMÁTICA: CONCEITOS BÁSICOS

Cinemática é a parte da física que estuda os movimentos, o tempo será em nosso estudo um conceito a partir da nossa própria vivência, aceitaremos ainda que é possível medir o tempo, existindo diversas maneiras de fazê-lo, por exemplo, relógios solares, ampolleta, relógios de pulso, etc. Na natureza tudo se move e por isso nós temos uma noção intuitiva do que é movimento e ausência de movimento que é o repouso, assim como “grande” e “pequeno” são noções relativas, também a noção de movimento é relativa a algum sistema de referência ou referencial.

Escolhido um sistema de referência, se um corpo ocupa sempre a mesma posição, dizemos que o corpo está em repouso, em relação a aquele referencial. Se a posição varia no decurso do tempo, dizemos que o corpo está em movimento em relação ao sistema adotado. Note-se que os conceitos de repouso e movimento são relativos, isto é, dependem do referencial adotado. Assim quando um trem parte da estação, ele está em movimento em relação à estação (referencial), mas um passageiro em sua poltrona está em repouso em relação ao trem. Só podemos falar em movimento em relação a um referencial.

#### TREM EM MOVIMENTO

Observadora triângulo  $S'$



Observador trapézio  $S$

**OBSERVADOR NA ESTAÇÃO**

**Figura 1**

## 14 RELATIVIDADE RESTRITA E MECÂNICA QUÂNTICA

Velocidade média  $v$  é a relação entre o deslocamento do móvel  $\Delta x$  e o correspondente intervalo de tempo  $\Delta t$ .

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{Equação 1}$$

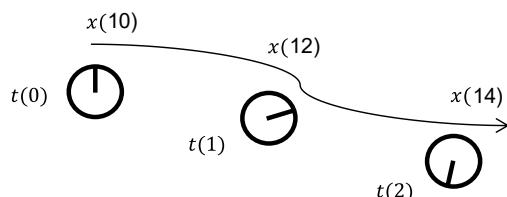
$t$	s	0	1	2	4	5	6	7	8	9
$x$	m	10	12	14	16	18	20	22	24	26

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x \text{ no ponto } 14 - x \text{ no ponto } 10}{t \text{ no ponto } 2 - t \text{ no ponto } 0} = \frac{14 - 10}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}$$

É claro que existe deslocamento e sentido dos eixos, mas vamos ficar somente com a noção de espaço e tempo clássico.

## 2 EQUAÇÃO HORÁRIA DO MOVIMENTO

Já mencionamos acima que um corpo está em movimento quando sua “posição” muda com o “tempo”. Posição matematicamente pode ser caracterizada pelo espaço “S”, “X”, nos determinados instantes “t” lida em um cronômetro por exemplo, durante o movimento entre os instantes  $t$  e os espaços  $x$ , existe uma correspondente funcional.



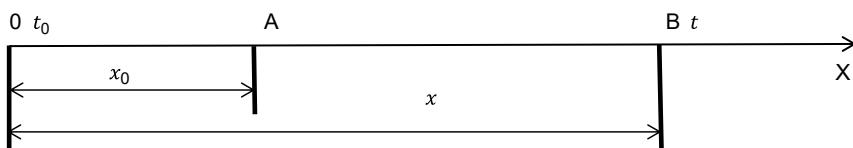
- No instante  $t(0)$  a posição era  $x(10)$
- No instante  $t(1)$  a posição era  $x(12)$
- No instante  $t(2)$  a posição era  $x(14)$

Figura 2

Logo  $x = f(t)$  ou espaço em função do tempo de acordo com a nossa tabela acima, poderíamos imaginar o deslocamento de um trem de metrô partindo do pátio (origem) da estação Corinthians Itaquera e no ponto  $x(10)$  em  $t(0)$  passando pela estação Penha no ponto  $x(12)$  em  $t(1)$  e finalmente passando pela estação Tatuapé no ponto  $x(14)$  em  $t(2)$ , isso é só um exemplo ilustrativo porém muito importante para fortalecer a noção intuitiva de deslocamento em função do tempo e mais, como a cada instante considerado corresponde a uma posição, já comentamos acima que  $x = f(t)$ , e no exemplo acima, a equação horária do movimento é:

$$x = 10 + 2t \quad \text{Equação 2}$$

A equação horária do movimento nos permite localizar o móvel em instantes de tempo diferentes, esta é a equação do M.R.U. movimento retilíneo e uniforme, um movimento é retilíneo e uniforme se a trajetória é retilínea e a velocidade constante. De maneira bem simples:



$x_0$  = posição inicial,  $x$  = posição final,  $t_0$  = tempo inicial,  $t$  = tempo final

**Figura 3**

O deslocamento será  $\Delta x = x - x_0$ , no intervalo de tempo  $\Delta t = t - t_0$ , logo:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad \text{Equação 1}$$

## 16 RELATIVIDADE RESTRITA E MECÂNICA QUÂNTICA

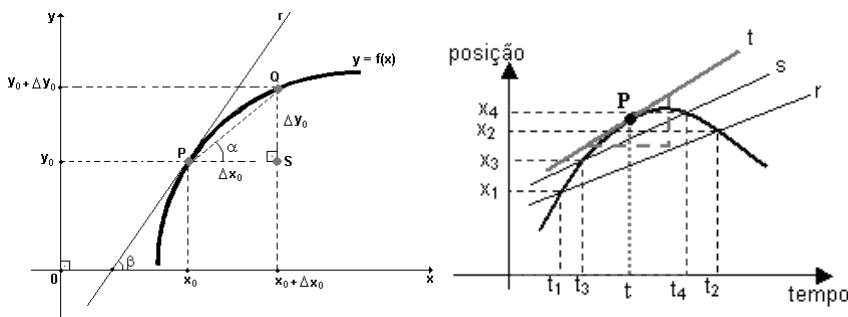
Mas no movimento uniforme a velocidade é constante então faz sentido deduzimos que a velocidade real do móvel pode ser escrita como acima, passando o termo de baixo da equação acima,  $t - t_0$  multiplicando por  $v$ , teremos:

$$x - x_0 = v(t - t_0)$$

Que é a equação horária do movimento uniforme, cujo exemplo foi dado anteriormente, equação 2, mas existe uma sutileza nas leis da mecânica clássica, que vamos examinar com um pouco mais de cuidado na parte matemática desta afirmação acima mais adiante.

### 3 NOÇÕES GEOMÉTRICAS DA DERIVADA

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



Raros são os movimentos em que a velocidade se mantém constante. Quando você é multado em uma via ou estrada, não importa o tempo gasto em toda a viagem e nem toda a distância percorrida. Neste caso você é multado por percorrer uma distância muito pequena em um pequeno intervalo de tempo. É então importante, não o conhecimento da velocidade média, sim a velocidade em um dado instante, não que também não seja importante

ter como calcular a velocidade média, por exemplo, um motorista viaja todo dia de Itu a São Paulo e o seu carro é equipado com um computador de bordo, ele consegue chegar a tempo ao trabalho, porém para em dois pedágios perdendo tempo na cabine para efetuar o pagamento, então ele instala o sem parar em seu automóvel e passa a diminuir o tempo do percurso, ou seja, aumentou a velocidade média.

#### **4 VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA**

Quando o intervalo de tempo  $\Delta t$ , em que se calcula a velocidade escalar média, tende a um número demasiadamente pequeno (tende a zero,  $\Delta t \rightarrow 0$ ), diz-se que a velocidade escalar é instantânea, a velocidade escalar instantânea  $V$  é o limite da velocidade escalar média quando o intervalo de tempo tende a zero.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y_0}{\Delta x_0} = \frac{dx}{dt} \quad \text{Equação 3}$$

Esta operação de passagem ao limite é denominada DERIVAÇÃO e podemos dizer que a velocidade escalar instantânea é a derivada do espaço em relação ao tempo.

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \text{Equação 4}$$

O movimento variado é aquele no qual a velocidade é variável, para caracterizar a maior ou menor rapidez com que a velocidade varia, introduzimos uma nova grandeza denominada aceleração escalar média.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad \text{Equação 5}$$

## 18 RELATIVIDADE RESTRITA E MECÂNICA QUÂNTICA

$v$ (m/s)	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$t$ (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	9

Movimento acelerado e retardado: um movimento é acelerado, quando sua velocidade é crescente em valor absoluto e, retardado, quando decrescente.

$|v|$  crescente  $\rightarrow$  movimento acelerado.

$|v|$  decrescente  $\rightarrow$  movimento retardado.

No primeiro segundo  $\Delta v = 6 - 4 = 2 \text{ m/s}$   $\Delta t = 1 - 0 = 1 \text{ s}$

$$a = \frac{6 - 4}{1 - 0} = \frac{2 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

### 5 ACELERAÇÃO ESCALAR INSTANTÂNEA

Analogamente ao conceito de velocidade escalar e velocidade escalar instantânea, a aceleração escalar instantânea é o limite da aceleração escalar média, quando o intervalo de tempo tende a zero, ( $\Delta t \rightarrow 0$ ):

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \text{Equação 6}$$

Logo, a aceleração escalar instantânea é a derivada da velocidade escalar em relação ao tempo:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \text{Equação 7}$$

As grandezas físicas como o deslocamento e a velocidade, que além do seu valor necessitam de uma orientação para que se tenha uma completa compreensão de seu significado, serão chamadas de grandezas vetoriais. Outras grandezas, como, por

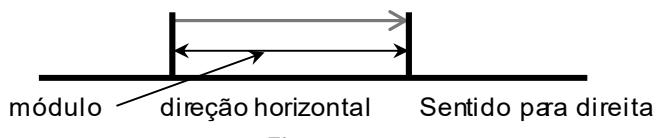
exemplo, o tempo, não necessita de uma orientação. Se alguém disser que agora são 16 h e 35 min, você não perguntaria se essa hora é horizontal para a direita ou na vertical para cima. Quando apenas o valor da grandeza é suficiente para deixar clara a ideia que se quer passar, a grandeza é dita escalar.

A ideia matemática de vetor se encaixou perfeitamente na Física para descrever as grandezas que necessitavam, mais do que do valor, de uma orientação, para ficarem plenamente definidas. Vetores não são entes palpáveis, como um objeto que se pode comprar no mercado. Eles são representações, vejamos um exemplo:



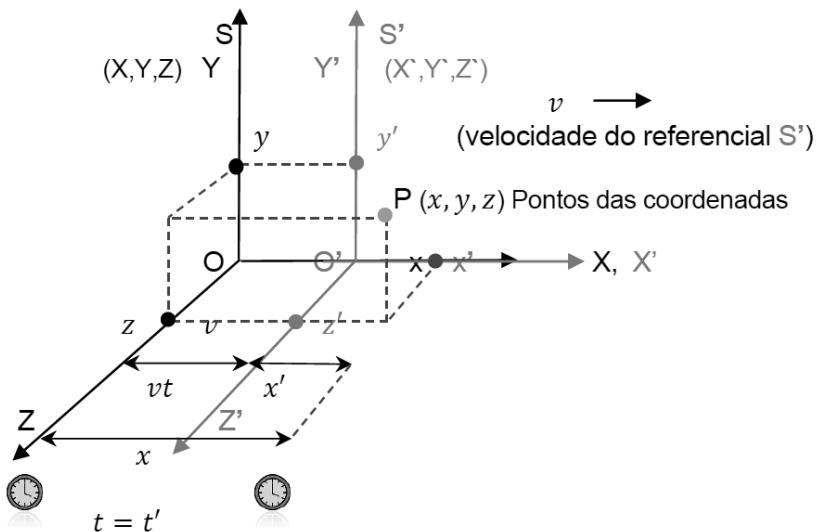
Esse vetor poderia ser usado para representar o deslocamento do carro que se movia na rodovia SP 79, da esquerda para a direita. Poderíamos também convencionar que seu comprimento representa um deslocamento de 100 m, o que implica que um deslocamento de 200 m seria representado por outro vetor com o dobro do comprimento do comprimento, pois o comprimento de um vetor caracteriza seu valor ou, usando um termo mais técnico, o comprimento caracteriza seu módulo. Chamamos o módulo do vetor acrescido de uma quantidade de medida de “intensidade da grandeza vetorial”.

A reta que serve de suporte para um vetor mostra a direção; e a seta caracteriza o sentido. Resumindo, para um vetor qualquer temos:



**Figura 5**

## 6 RELATIVIDADE DE GALILEU



**Figura 6**

Vamos admitir que os eixos  $X^*, Y^*, Z^*$ , tenham velocidade constante  $v$  em relação aos eixos  $X, Y, Z$ , podemos admitir que os eixos  $X^*, Y^*, Z^*$  estão fixos a um trem que se move com velocidade constante em relação a via férrea, e os eixos  $X, Y, Z$ , fixos a uma estação de trem, as origens coincidentes em  $S$  e  $S^*$  no instante  $t = 0$  em  $v = 0$  e junto ao eixo  $X$ , temos dois referenciais distintos que chamamos de  $S$  e  $S^*$ ,  $S^*$  se move com velocidade relativa  $v$  constante em relação a  $S$ . Vamos verificar as transformações quando nós observamos um corpo em movimento em diferentes referenciais inerciais, vamos admitir que no referencial  $S$  temos um ponto  $P$  cujas coordenadas estão indicadas na figura 6 e são,  $(x, y, z)$ , vamos projetar os pontos das coordenadas conforme mostra a figura 6, como já afirmamos  $S^*$  que é outro referencial inercial que tem coordenadas  $(x', y', z')$  e se move com velocidade constante  $v$  em relação a  $S$ . O eixo  $X'$  do referencial  $S^*$  fica exatamente sobre o eixo  $X$  do referencial  $S$ , quando decorrido