

# **Qubit: uma introdução visual**



## **CONSELHO EDITORIAL DA LF EDITORIAL**

Amílcar Pinto Martins – Universidade Aberta de Portugal

Arthur Belford Powell – Rutgers University, Newark, USA

Carlos Aldemir Farias da Silva – Universidade Federal do Pará

Emmánuel Lizcano Fernandes – UNED, Madri

Iran Abreu Mendes – Universidade Federal do Pará

José D'Assunção Barros – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Luis Radford – Universidade Laurentienne, Canadá

Manoel de Campos Almeida – Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Maria Aparecida Viggiani Bicudo – Universidade Estadual Paulista – UNESP/Rio Claro

Maria da Conceição Xavier de Almeida – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Maria do Socorro de Sousa – Universidade Federal do Ceará

Maria Luisa Oliveras – Universidade de Granada, Espanha

Maria Marly de Oliveira – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Raquel Gonçalves-Maia – Universidade de Lisboa

Teresa Vergani – Universidade Aberta de Portugal

# **Qubit: uma introdução visual**

Júlio César da Silva & André T. Cesário



2026

Copyright © 2026 os autores  
1ª Edição

**Direção editorial:** Victor Pereira Marinho e José Roberto Marinho

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

---

Silva, Júlio César da  
Qubit: uma introdução visual / Júlio César da Silva, André T. Cesário. – 1. ed. –  
São Paulo, SP: LF Editorial, 2026.

Bibliografia  
ISBN 978-65-5563-721-2

1. Ciência da computação 2. Engenharia da computação 3. Física quântica 4. Tecnologia  
I. Cesário, André T. II. Título.

26-345091.0

CDD-005.1

---

Índices para catálogo sistemático:

1. Computação quântica: Processamento de dados: Ciência da computação 005.1

Maria Alice Ferreira - Bibliotecária - CRB-8/7964

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida  
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.

Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107  
da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



EDITORIAL

LF Editorial

[www.livrariadafisica.com.br](http://www.livrariadafisica.com.br)

[www.lfeditorial.com.br](http://www.lfeditorial.com.br)

(11) 2648-6666 | Loja do Instituto de Física da USP

(11) 3936-3413 | Editora

---

# Sumário

<b>Considerações iniciais</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>I. Qubit</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>1. Visualização do estado de 1 qubit</b> . . . . .	<b>6</b>
Bit e qubit . . . . .	6
Superposição e interferência . . . . .	9
Como os computadores funcionam . . . . .	12
<b>2. Fundamentos vetoriais e o estado de 1 qubit</b> . . . . .	<b>14</b>
Vetor clássico em 2D . . . . .	14
Decomposição em componentes . . . . .	15
Módulo e ângulo . . . . .	16
Vetor clássico em 3D . . . . .	17
A transição para 1 qubit . . . . .	18
Por que podemos representar 1 spin $1/2$ em uma esfera 3D? . . . . .	26
O que significa medir em um estado de 1 qubit? . . . . .	27
<b>3. Operações fundamentais com vetores</b> . . . . .	<b>29</b>
Vetores e suas componentes . . . . .	29
Norma de um vetor 3D . . . . .	30
O produto escalar . . . . .	31
Projeção de um vetor sobre um eixo . . . . .	32

Representação matricial de operadores lineares . . . . .	33
Autovetores e autovalores . . . . .	34
Operações fundamentais com matrizes . . . . .	34
<b>4. Operadores, autovetores e a esfera de Bloch . . . . .</b>	<b>40</b>
Operadores como “perguntas feitas” ao sistema . . . . .	41
Autovetores determinam os “eixos” da esfera de Bloch . . . . .	43
Da álgebra linear à geometria: o estado geral de 1 qubit . . . . .	44
Números complexos . . . . .	44
Representação polar de um número complexo . . . . .	53
Dois graus de liberdade: estados puros na esfera de Bloch . . . . .	55
Exemplos da representação de estados de 1 qubit na esfera de Bloch . . . . .	58
Represente e desenhe o seu estado de 1 qubit na esfera de Bloch . . . . .	61
Da esfera de Bloch à equação de onda . . . . .	67
<b>5. A notação de Dirac (notação de bra-ket) . . . . .</b>	<b>71</b>
O que é um <i>ket</i> ? . . . . .	72
O que é um <i>bra</i> ? . . . . .	72
O produto interno geral: $\langle\phi \psi\rangle$ . . . . .	74
O produto externo: $ \psi\rangle\langle\phi $ . . . . .	75
Operadores no formalismo de Dirac . . . . .	79
<b>6. Medição na notação bra-ket . . . . .</b>	<b>88</b>
Operadores de medição . . . . .	88
Postulado da medição . . . . .	90
Exemplo Fundamental 1: medição de $Z$ . . . . .	92
Exemplo fundamental 2: medição de $X$ . . . . .	92
<b>7. Portas lógicas de 1 qubit . . . . .</b>	<b>95</b>
Portas quânticas importantes . . . . .	96
Porta $Y$ : combinação de inversão de Bit e adição de uma fase . . . . .	98
Porta Hadamard: a criadora de superposições . . . . .	100

Portas de fase . . . . .	101
<b>8. O que muda quando há mais de 1 qubit? . . . . .</b>	<b>108</b>
A insuficiência da representação geométrica local . . . . .	108
Emaranhamento: quando o todo não pode ser descrito pelas partes . . . . .	109
Portas que agem localmente em sistemas compostos . . . . .	110
Portas que agem em conjunto globalmente . . . . .	110
Um primeiro vislumbre do que vem adiante . . . . .	111
O formalismo para mais de 1 qubit . . . . .	111
O “poder” computacional quântico . . . . .	126
<b>II. Campos de pesquisa e de soluções . . . . .</b>	<b>129</b>
Simulação de sistemas em química . . . . .	130
Algoritmos variacionais . . . . .	131
Aprendizado de máquina . . . . .	131
Modelagem de sistemas biológicos e fármacos . . . . .	132
Correção de erros e tolerância a falhas . . . . .	132
Algoritmos quânticos para finanças e economia . . . . .	133
Redes e criptografia quânticas . . . . .	133
Metrologia e sensoriamento . . . . .	133
Integração com IA clássica . . . . .	134
<b>III. Referências . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>Referências . . . . .</b>	<b>136</b>



---

# Considerações iniciais

Estimado(a) leitor(a), este livro é fruto de um trabalho de professores que desejam que cada vez mais pessoas possam ter acesso a este assunto, de modo a estimular novos estudos e ampliar horizontes no ensino. No caso desta obra, o tema, no momento de sua elaboração e lançamento, já ultrapassa o âmbito da pesquisa puramente teórica e da especulação associada à ficção científica. Ainda há, é verdade, certo ruído e desconfiança, sobretudo em razão dos resultados contraintuitivos da mecânica quântica e, inevitavelmente, da célebre metáfora muito utilizada sobre um tal “um gato dentro de uma caixa”.

A computação quântica entrou definitivamente no radar de empresas e governos que apostam na próxima revolução computacional, capaz de superar limites até então considerados intransponíveis, como o poder de processamento paralelo e o desenvolvimento de novos algoritmos para problemas altamente complexos. Para citar apenas um exemplo concreto, a edição de agosto de 2025 da *Época Negócios*, em uma capa de gosto discutível, apresentou uma reportagem extensa com números impressionantes de investimentos em computação quântica. Nessa reportagem, países como China, Estados Unidos, Japão e Alemanha figuram com aportes públicos da ordem de U\$ 51,2 bilhões.

Ainda assim, é fundamental mantermos realistas e evitarmos tratar o tema exclusivamente sob a perspectiva de uma *hype* tecnológica, na qual tudo se torna promessa e *marketing*, mesmo sem resultados efetivos. Quando falamos do crescimento da computação quântica, estamos diante de um processo marcado por ritmos próprios de desenvolvimento, bem como por critérios de avaliação de técnicas e resultados

concretos. Trata-se de um amadurecimento mensurável, ainda permeado por especulações e visões prospectivas, mas justamente esses elementos são decisivos para que muitas ideias saiam do papel. Uma rápida consulta já revela a existência de bolsas de pesquisa, projetos aplicados e produtos em desenvolvimento nessa área.

Este livro parte do pressuposto de que é possível compreender o elemento fundamental da computação quântica, o estado de 1 qubit, isto é, o “bit quântico”. Até hoje, ao construirmos computadores para executar algoritmos, programas ou aplicações, operamos com bits clássicos, isto é, com as manipulações de 0’s e 1’s. Na computação quântica, essa manipulação assume uma forma bastante distinta, matematicamente elegante e profundamente probabilística, o que abre um campo fértil para a formulação de soluções novas ou aprimoradas para grandes problemas computacionais. Merece destaque especial o domínio da criptografia, no qual a segurança digital é central e já é possível vislumbrar mudanças significativas nos desenvolvimentos futuros.

Este livro apresenta uma introdução didática e visual ao conceito do estado de 1 qubit, com o objetivo de oferecer ao leitor um primeiro contato com essa área, sem pressupor familiaridade prévia com a linguagem formal da teoria. A inspiração central para este documento é o livro *Quantum Mechanics: The Theoretical Minimum*, de Leonard Susskind e Art Friedman, cuja proposta combina intuição física com uma exposição matemática direta, simplificada e honesta. Há outras referências à disposição do leitor e da leitora.

A opção por uma escrita mais didática possui um efeito importante: ao longo do texto aparecem *expressões mais informais*, usadas como recurso pedagógico. Isso significa que, em alguns momentos, o texto recorre a imagens verbais e metáforas para guiar a intuição do leitor, por exemplo, ao descrevermos a ideia de superposição, a diferença entre medição clássica e quântica ou o papel das amplitudes de probabilidade. Essas expressões *não devem ser lidas como definições técnicas completas*, mas como *pontes* para a formulação conceitual correta, que será apresentada em seguida com maior precisão. Em um tema técnico como esse, a linguagem informal introduz o leitor no assunto, mas o desafio da compreensão depende de identificar exatamente *onde termina a intuição e onde começa a definição matemática*.

Quanto à matemática, este texto assume um compromisso explícito: *é impossível falar de qubits de modo minimamente fiel sem recorrer à matemática*. O qubit não é apenas uma “ideia”, mas uma estrutura formal, descrita por vetores, amplitudes complexas, normalização, produtos internos e operadores. Por isso, a leitura tende a ser mais proveitosa quando feita com calma e *com anotações*. Recomenda-se acompanhar cada passo com um caderno ao lado, para reescrever equações, desenhar pequenos esquemas e registrar dúvidas e interpretações. Se algo ainda ficou obscuro, por favor, envie-nos um e-mail.

A exposição segue um percurso progressivo. Primeiro, consolidamos a intuição do estado de 1 qubit; em seguida, introduzimos a notação e os objetos matemáticos indispensáveis; por fim, conectamos essa formalização às operações típicas da computação quântica, como medições e transformações unitárias. Sempre que uma passagem for apresentada em tom mais acessível, o texto buscará, logo depois, oferecer o correspondente técnico, de modo que o leitor possa avançar com segurança, sem confundir metáforas com teoria.

Júlio C. da Silva  
André T. Cesário  
8 de março de 2026

## Contato com os autores

Em caso de dúvidas, comentários ou interesse em aprofundar os temas abordados neste texto, o leitor pode entrar em contato diretamente com os autores:

- **Prof. Dr. Júlio César da Silva**  
Professor universitário, Doutor em Lógica pela UFMG e coordenador da Pós-graduação em Computação Quântica da PUC MG.  
E-mail: [juliocesar@logica.mat.br](mailto:juliocesar@logica.mat.br)
- **Prof. Dr. André T. Cesário**  
Professor universitário, Mestre e Doutor em Informação Quântica pela UFMG e coordenador da Pós-graduação em Computação

Quântica da PUC Minas.

E-mail: [andretcs@ufmg.br](mailto:andretcs@ufmg.br)

Informações completas sobre a pós-graduação em Computação Quântica da PUC-Minas podem ser encontradas em:



<https://posgraduacaocq.blog/>

## **Aviso sobre o uso de LLMs**

Os modelos de linguagem ou IAs generativas tornaram-se amplamente populares nos últimos dois anos, desde a elaboração deste livro. Em resposta a esse cenário, muitas universidades passaram a estabelecer diretrizes para o uso ético dessas tecnologias.

Gostaríamos, portanto, de deixar explícito que fizemos uso dessas ferramentas exclusivamente para a revisão da escrita, com o intuito de adequar o texto às normas gramaticais do português falado no Brasil. E na geração de imagens técnicas. Nenhuma ferramenta de IA foi utilizada com comandos direcionados à geração de texto original ou à produção de resumos no conteúdo da presente obra.

# **Parte I.**

## **Qubit**

# 1

---

## Visualização do estado de 1 qubit

### Bit e qubit

Vamos iniciar este capítulo com uma apresentação visual de 1 qubit. Conforme discutido nas considerações iniciais deste livro, os computadores atuais funcionam por meio da manipulação de bits e, dessa forma, processam informações que reconhecemos simplesmente como os resultados obtidos no uso cotidiano de nossos aplicativos.

Essa representação aparentemente simples, no entanto, oculta aspectos fundamentais que justificam a existência deste livro e que o leitor e a leitora devem manter em mente ao longo de toda a leitura. A imagem compara duas ideias parecidas, mas com consequências muito diferentes: *bit* e *qubit*.

### Bit: um interruptor com duas posições

Um *bit* é como um *interruptor* de luz: ele pode estar *desligado* (0) ou *ligado* (1), ou também, como uma *moeda* em cima da mesa: ela

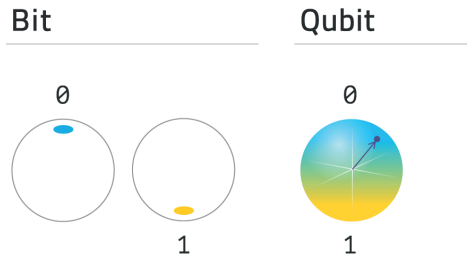


Figura 1.1.: Fonte: 1Qubit

pode mostrar o lado *cara* (0) ou o lado *coroa* (1). O ponto essencial é que, no modelo clássico, o bit está sempre em *um* desses dois estados, conforme podemos observar na subfigura do lado esquerdo da Figura 1.1.

### Qubit: um ponteiro (uma agulha) sobre uma esfera

O *qubit* também produz um bit clássico “0” ou “1” após sofrer uma medição, entretanto, a sua *descrição antes da medição* é mais rica. A imagem sugere isso ao desenhar uma *seta* (um “ponteiro ou vetor”) em uma *esfera*.

Uma analogia útil seria um *globo terrestre* com uma agulha fixada ortogonalmente na superfície do globo e que liga o centro do globo a um ponto na superfície:

- o polo norte representa o estado  $|0\rangle$ ;
- o polo sul representa o estado  $|1\rangle$ ;
- qualquer outro ponto na superfície representa uma *superposição* de  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ .

Essa esfera é chamada *esfera de Bloch-Poincaré* (neste livro, iremos denominá-la de esfera de Bloch). Ela nos fornece uma maneira visual

de representar o estado de 1 qubit: o estado é a direção onde a seta representada na Figura 1.1 aponta.

## **Aviso importante: a esfera é uma visualização, não a história completa**

Inicialmente, a esfera de Bloch é apenas uma *porta de entrada visual*. Contudo, para realizar computação quântica de fato, ou seja, manipular estados quânticos para a obtenção de resultados úteis, é preciso introduzir três conceitos técnicos fundamentais que serão explorados ao longo deste livro:

1. *Amplitudes e probabilidades*: o estado de 1 qubit pode ser escrito como a seguinte “superposição”:  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , com  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ , (isto é, números complexos) que respeitam:  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$  e, após uma medição na base  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ , os resultados “0” e “1” aparecem com probabilidades iguais a  $|\alpha|^2$  e  $|\beta|^2$ , respectivamente. (Ou seja: o ponteiro na esfera não é um “valor escondido”; ele codifica como as probabilidades surgem após uma medição.)
2. *Fase e interferência*: além do “tamanho” das amplitudes de probabilidade, existe uma informação de *fase* relativa. Essa fase é o que permite que possibilidades se “*reforcem*” ou se “*cancelem*”, isto é, o que permite que ocorra um processo de interferência, algo que não existe no raciocínio clássico com bits.
3. *Portas quânticas e reversibilidade*: para processar informação, aplicamos *portas* (operações unitárias) que movem o ponteiro na esfera de maneira controlada. Diferentemente de muitas portas lógicas clássicas, as portas quânticas fundamentais são *reversíveis*: em princípio, é sempre possível “desfazer” uma porta ao aplicar a sua respectiva porta inversa.

## **Um último cuidado: o mundo real possui ruído**

Por fim, a Figura 1.1 ilustra o cenário ideal: um sistema formado por 1 qubit em um *estado puro*, localizado na superfície da esfera. Em um

## A origem dos ganhos quânticos

Os efeitos da superposição de estados e da interferência de ondas

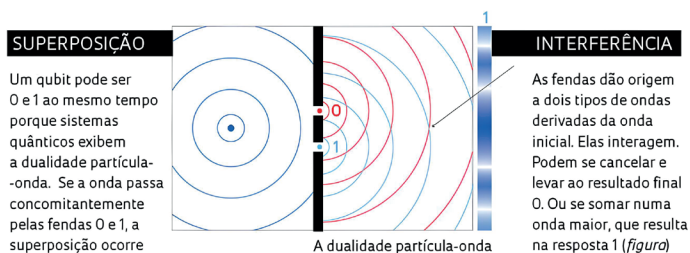


Figura 1.2.: Fonte: Revista de pesquisa da Fapesp ed. 192/2012.

hardware real, o estado quântico interage com o ambiente e está sujeito à perda de coerência (decoerência), fenômeno que exige ferramentas adicionais para a descrição e o controle desse ruído. Por esse motivo, a esfera de Bloch constitui o melhor ponto de partida visual, embora não represente o único destino nesta jornada.

## Superposição e interferência

A esfera de Bloch oferece uma excelente *imagem geométrica* para 1 qubit e essa representação ganha clareza, ao incorporarmos uma segunda intuição: em mecânica quântica, o sistema apresenta um comportamento dual. Ele se manifesta como se fosse uma “*partícula*” no ato da medição e como se fosse “*onda*” durante uma evolução livre, por exemplo, sem interferência direta. A experiência da *dupla fenda* ilustrada na Figura 1.2 mostra com precisão essa realidade ontológica. Imagine uma barreira com *duas fendas* e, atrás dela, uma tela que registra impactos:

- se você instalar um detector para descobrir por qual fenda o sistema passou, a tela registra impactos que se organizam como *duas faixas*, compatíveis com “passou pela fenda A” ou “passou pela fenda B”. Em outras palavras: a medição força um resultado *discreto* (um “caminho” ou o outro). Isso poderia ser entendido

como uma analogia do “modo partícula” (por “qual fenda passou?”).

- se você *não* determina por qual fenda passou, a distribuição final na tela revela um *padrão de interferência*: regiões mais brilhantes (reforço) e regiões mais fracas (cancelamento), como ondas que se somam ou se anulam. Isso poderia ser entendido como uma analogia para uma espécie de “modo onda (sem observar o caminho)”.

A lição conceitual dessa analogia, para um leitor leigo, é simples: *não observar o caminho* permite que as “possibilidades” se comportem como *ondas* e possam sofrer interferência; *observar* transforma o fenômeno em *resultados localizados*, como *partículas*.

## O que isso tem a ver com o estado de 1 qubit?

Em um computador quântico, o “caminho A ou B” vira “ $|0\rangle$  ou  $|1\rangle$ ” (ou, com vários qubits, “ $|x\rangle$ ” para muitos valores de  $x$ ).

- O fenômeno da *superposição* pode ser interpretado como se pudéssemos permitir que o sistema “passasse pelas duas fendas ao mesmo tempo” (no sentido de evoluir como uma combinação linear de possibilidades).
- O fenômeno da *interferência* pode ser interpretado como se permitíssemos que essas possibilidades “*se forcem ou se cancelem*”, a depender das *fases relativas* que esse determinado circuito quântico introduz.

Ao falarmos em combinação de possibilidades, é comum que o leitor(a) seja levado(a) a imaginar que um algoritmo quântico manipule várias alternativas de forma simultânea, como se o computador quântico “gerasse todas as respostas possíveis ao mesmo tempo” e, ao final, nos fornecesse a resposta. Essa imagem, embora intuitiva, é enganosa. Ela sugere um processo semelhante a uma enumeração explícita de resultados, algo típico de certos algoritmos clássicos, mas que não corresponde ao que ocorre em um algoritmo quântico. O computador quântico não produz uma lista de todas as respostas para então

selecionar uma delas; em vez disso, ele opera sobre uma estrutura “única e global”, na qual as possibilidades não existem como resultados independentes já calculados, mas como componentes que só adquirem um determinado significado físico quando sofrem interação, quando são operados, correlacionados e, por fim, observados por meio do que é conhecido como um processo de medição. O papel central do chamado *comportamento de onda* não é fornecer todas as respostas de uma vez, mas permitir que o próprio circuito quântico em que os vários qubits são manipulados seja operado de tal forma que a resposta correta se torne a mais provável no momento da medição, que é a etapa final na qual encontramos o resultado esperado.

Uma analogia é imaginar o circuito quântico como um sistema cuidadosamente projetado de filtros ópticos. Cada etapa do circuito possui uma função bem definida, e nenhuma delas, isoladamente, resolve o problema. Primeiro, o circuito cria uma superposição (mais detalhes nos próximos capítulos). Isso pode ser comparado à situação em que se abrem duas fendas em um experimento óptico: não se escolhe ainda um caminho específico, mas se permite que todos os caminhos relevantes coexistam. Nesse estágio inicial, não há “preferência” por nenhuma resposta; todas elas estão presentes, cada uma com a sua probabilidade de ocorrência intrínseca. Em seguida, o circuito introduz fases relativas de maneira dependente do problema. Essas fases podem ser entendidas como pequenos atrasos nas ondas, ajustados com bastante precisão. Embora esses atrasos não sejam diretamente observáveis, eles são cruciais, pois determinam como as diferentes possibilidades irão se combinar mais adiante. Aqui, entram mecanismos característicos que transferem a informação do problema para a estrutura global do estado quântico.

Por fim, o circuito aplica portas adicionais que funcionam como lentes e recombinadores. Nesse momento, as diferentes contribuições são reunidas de tal modo que algumas se reforçam mutuamente, enquanto outras se cancelam, em um processo de interferência. O objetivo não é destacar explicitamente a resposta correta, mas fazer com que ela se beneficie do reforço construtivo, enquanto as alternativas incorretas sejam atenuadas pelo cancelamento das suas amplitudes de probabilidade. Essa estrutura geral aparece já em algoritmos introdutórios,

como o algoritmo de Deutsch-Jozsa. Por isso, textos iniciais apresentam, desde cedo, conceitos como paralelismo quântico, interferência e mudanças de fases relativas: eles não são detalhes técnicos avançados, mas elementos conceituais que revelam como os algoritmos quânticos operam.

Em síntese, um algoritmo quântico não espera que o usuário *leia* todas as possibilidades existentes. Ele é construído para que, no momento da medição, a probabilidade de se obter a resposta correta seja significativamente maior do que a das demais (com sorte, com probabilidade igual a 1). O poder do algoritmo está justamente nessa “engenharia e manipulação da superposição e da interferência”.

## Como os computadores funcionam

Para evitar confusões conceituais, é importante compreender como os computadores, tanto clássicos quanto quânticos, lidam com entrada e saída de dados. Independentemente da tecnologia interna utilizada, todo computador opera, do ponto de vista externo, como um sistema que recebe informações de entrada, processa essas informações internamente e, ao final, produz uma saída. Essa entrada e essa saída são sempre expressas de forma sequencial, como cadeias bem definidas de símbolos discretos.

No caso dos computadores clássicos, esses símbolos são denominados bits, isto é, valores que assumem apenas dois estados possíveis, convencionalmente representados como 0 e 1. Teclados, arquivos, sensores e redes fornecem sequências de bits como entrada, e a resposta do sistema, seja um número na tela, um texto ou uma imagem, também é codificada, em última instância, como uma longa sequência de 0s e 1s. Ainda que o processamento interno possa envolver milhões ou bilhões de operações, a interface com o usuário e com outros sistemas é sempre discreta.

O mesmo princípio vale para computadores quânticos. Embora seu funcionamento interno envolva qubits e fenômenos que podem não possuir um análogo clássico, a entrada e a saída de dados continuam sequenciais e discretas. Quando um problema é submetido a um com-