

**O MÉTODO DE ARQUIMEDES:
Análise e Tradução Comentada**



CONSELHO EDITORIAL DA LF EDITORIAL

Amílcar Pinto Martins - Universidade Aberta de Portugal

Arthur Belford Powell - Rutgers University, Newark, USA

Carlos Aldemir Farias da Silva - Universidade Federal do Pará

Emmánuel Lizcano Fernandes - UNED, Madri

Iran Abreu Mendes - Universidade Federal do Pará

José D'Assunção Barros - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Luis Radford - Universidade Laurentienne, Canadá

Manoel de Campos Almeida - Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Maria Aparecida Viggiani Bicudo - Universidade Estadual Paulista - UNESP/Rio Claro

Maria da Conceição Xavier de Almeida - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Maria do Socorro de Sousa - Universidade Federal do Ceará

Maria Luisa Oliveras - Universidade de Granada, Espanha

Maria Marly de Oliveira - Universidade Federal Rural de Pernambuco

Raquel Gonçalves-Maia - Universidade de Lisboa

Teresa Vergani - Universidade Aberta de Portugal

O MÉTODO DE ARQUIMEDES: Análise e Tradução Comentada

Ceno Pietro Magnaghi e André Koch Torres Assis



2026

Copyright © 2026 os autores
1ª Edição

Direção editorial: Victor Pereira Marinho e José Roberto Marinho

Capa: Fabrício Ribeiro

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Magnaghi, Ceno Pietro
O método de Arquimedes: análise e tradução comentada / Ceno Pietro Magnaghi,
André Koch Torres Assis. – 1. ed. – São Paulo: LF Editorial, 2026.

Bibliografia
ISBN 978-65-5563-731-1

1. Arquimedes 2. Matemática - Estudo e ensino 3. Matemática - História 4. Matemáticos - Grécia -
Biografia e obra I. Título.

26-347675.0

CDD-510.92

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemáticos: Biografia e obra 510.92

Aline Grazielle Benitez - Bibliotecária - CRB-1/3129

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107
da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



EDITORIAL

LF Editorial

www.livrariadafisica.com.br

www.lfeditorial.com.br

(11) 2648-6666 | Loja do Instituto de Física da USP

(11) 3936-3413 | Editora



δός μοι ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν.

Dê-me um ponto de apoio e moverei a Terra.

Essa imagem de um anjo utilizando uma alavanca para mover a Terra aparece em uma decoração no teto do Stanzino delle Matematiche da Galleria degli Uffizi (Florença, Itália). Ela foi pintada por Giulio Parigi (1571-1635) nos anos 1599-1600. Fonte: [\[Rorsd\]](#).

Sumário

Nota sobre a Edição Brasileira	9
Agradecimentos	11
1 Introdução	13
2 O Palimpsesto de Arquimedes	15
3 Objetivos desse Livro	21
4 Arquimedes e Outros Cientistas Gregos	25
4.1 Demócrito	25
4.2 Eudoxo	26
4.3 Euclides	27
4.4 Eratóstenes	28
4.5 Arquimedes	29
4.5.1 Arquimedes, o Círculo e a Esfera	33
5 As Obras de Arquimedes	45
5.1 Obras de Arquimedes Traduzidas para o Português	48
6 <i>O Método</i>: História de uma Obra Perdida	51
7 Os Princípios Físicos de <i>O Método</i>	59
7.1 O Centro de Gravidade	59
7.1.1 Definição do Centro de Gravidade	59
7.1.2 Determinação Experimental do Centro de Gravidade	60
7.1.3 Determinação Teórica do Centro de Gravidade	61
7.2 A Lei da Alavanca	63

8	Os Princípios Matemáticos de <i>O Método</i>	65
8.1	Álgebra Geométrica	65
8.2	Aplicação das Áreas	69
8.3	Teoria das Proporções	74
8.3.1	Conceitos Fundamentais	74
8.3.2	Operações Principais com Grandezas do Mesmo Gênero	76
9	As Cônicas no Tempo de Arquimedes	79
9.1	Introdução	79
9.2	Definições	82
9.3	Equações Características	85
9.3.1	Parábola	85
9.3.2	Elipse e Hipérbole	89
10	A Essência do Método de Arquimedes	93
10.1	Elementos Principais do Método	93
10.2	Demonstração Física do Teorema I: Área de um Segmento Parabólico	95
10.2.1	Experiências Mostrando o Equilíbrio de Alavancas Satisfazendo ao Teorema I	101
10.2.2	Importância do Teorema I	102
10.3	Demonstração Física do Teorema II: Volume da Esfera	105
10.3.1	Experiências Mostrando o Equilíbrio de Alavancas Satisfazendo ao Teorema II	111
10.3.2	Importância do Teorema II	111
10.4	Demonstração Física do Teorema III: Volume do Elipsoide de Revolução	116
10.4.1	Importância do Teorema III	121
10.5	Demonstração Física do Teorema IV: Volume de um Segmento de Parabolóide de Revolução	122
10.5.1	Importância do Teorema IV	126
10.6	Demonstração Física do Teorema V: Centro de Gravidade de um Segmento de Parabolóide de Revolução	126
10.6.1	Importância do Teorema V	131
10.7	Demonstração Física do Teorema VI: Centro de Gravidade de um Hemisfério	132
10.7.1	Importância do Teorema VI	140

10.8	Demonstração Física do Teorema VII: Volume de um Segmento Esférico	141
10.8.1	Importância do Teorema VII	148
10.9	Teorema VIII: Volume de um Segmento de Elipsoide de Revolução	148
10.10	Demonstração Física do Teorema IX: Centro de Gravidade de um Segmento Esférico	149
10.10.1	Importância do Teorema IX	160
10.11	Teoremas X e XI	160
10.12	Demonstração Física do Teorema XII: Volume da Unha Cilíndrica	161
10.13	Demonstração Física do Teorema XIII: Volume da Unha Cilíndrica — Continuação	166
10.14	Demonstração Física do Teorema XIV: Uma Outra Determinação do Volume da Unha Cilíndrica	173
10.14.1	Importância dos Teoremas XII a XIV	177
11	A Tradução Comentada de <i>O Método</i>	181
11.1	Introdução	181
11.2	Lemas	184
11.3	Teorema I: Área de um Segmento Parabólico	187
11.4	Teorema II: Volume da Esfera	190
11.5	Teorema III: Volume do Elipsoide de Revolução	194
11.6	Teorema IV: Volume de um Segmento de Paraboloides de Revolução	198
11.7	Teorema V: Centro de Gravidade de um Segmento de Paraboloides de Revolução	200
11.8	Teorema VI: Centro de Gravidade de um Hemisfério	203
11.9	Teorema VII: Volume de um Segmento Esférico	206
11.10	Teorema VIII: Volume de um Segmento de Elipsoide de Revolução	209
11.11	Teorema IX: Centro de Gravidade de um Segmento Esférico	210
11.12	Teorema X: Centro de Gravidade de um Segmento de Elipsoide de Revolução	214
11.13	Teorema XI: Volume e Centro de Gravidade de um Segmento de Hiperboloides de Revolução	215
11.14	Teorema XII: Volume da Unha Cilíndrica. Determinação Mecânica	215

11.15 Teorema XIII: Volume da Unha Cilíndrica. Determinação Mecânica — Continuação	219
11.16 Teorema XIV: Uma Outra Determinação do Volume da Unha Cilíndrica	220
11.17 Teorema XV: Demonstração Geométrica do Teorema XII	223
12 Conclusão	229
Apêndices	229
A Demonstrações das Relações Matemáticas Básicas dos Teoremas	231
A.1 Teorema I	231
A.2 Teoremas II e VII	233
A.3 Teorema III	235
A.4 Teorema IV	239
A.5 Teorema V	241
A.6 Teorema VI	243
A.7 Teorema IX	244
A.8 Teorema XIV	246
B A Parábola	251
B.1 A Parábola em Coordenadas Cartesianas	251
B.2 A Subtangente — Considerações de Arquimedes	252
B.3 A Subtangente — Uma Dedução Moderna	253
C Uma Propriedade do Triângulo Retângulo	257
D As Figuras de <i>O Método</i>	261
D.1 Letras Maiúsculas e Minúsculas	261
D.2 Comentários sobre as Figuras dos Teoremas VI e IX	261
E Centro de Gravidade de um Semicírculo	265
F Cálculo do Centro de Gravidade do Cone Utilizando o Método de Arquimedes	269
F.1 As Deduções Matemáticas	270
F.2 As Deduções Físicas	273
F.3 A Essência do Método de Arquimedes	279

F.4 Valor Pedagógico dessa Análise	280
Referências Bibliográficas	293

Nota sobre a Edição Brasileira

Este livro foi publicado originalmente pela editora canadense Apeiron, estando disponível tanto no formato impresso quanto gratuitamente no formato digital em PDF.¹ Esta nova edição está sendo publicada para facilitar a aquisição deste livro no formato impresso pelos leitores. Foram atualizadas e incluídas novas referências bibliográficas.

As palavras entre colchetes, [], no meio de algumas sentenças foram inseridas para esclarecer o significado dessas frases. Utilizamos o símbolo \equiv para representar uma definição.

A imagem da capa mostra um perfil de Arquimedes a partir de uma gravura antiga. Este perfil é baseado em uma imagem da página de rosto de uma coleção de obras de Arquimedes editada por Joseph Torelli em 1792.²

¹[MA19].

²Fonte: [Rorsd].

Agradecimentos

Queremos aqui agradecer a algumas pessoas que de uma forma ou de outra auxiliaram na realização deste trabalho: Fernando Jorge da Paixão Filho, Sandro Guedes de Oliveira, Varlei Rodrigues, Márcio A. A. Pudenzi, Adolfo Maia Jr., Domingos S. d. L. Soares, João Paulo Martins de Castro Chaib, José Joaquin Lunazzi, João F. N. Cortese, Eberhard Knobloch, Olga Pombo, Henrique José Sampaio Soares de Souza Leitão e Heinrich F. Fleck. Agradecemos a Daniel Robson Pinto pela assistência na elaboração das figuras. C. P. Magnaghi agradece especialmente ao Professor Flávio Ribeiro que, com seus ensinamentos, lhe permitiu voltar a apreciar a beleza da língua de Arquimedes. A. K. T. Assis agradece ao FAEPEX/UNICAMP pelo auxílio financeiro.

Ceno Pietro Magnaghi¹ e André Koch Torres Assis²

1 - E-mail: cenopietro@gmail.com

2 - Instituto de Física Gleb Wataghin
Universidade Estadual de Campinas — UNICAMP
Rua Sérgio Buarque de Holanda 777
13083-859 Campinas, SP, Brasil
E-mail: assis@ifi.unicamp.br
Homepage: www.ifi.unicamp.br/~assis

Capítulo 1

Introdução

Em 1906 Johan Ludvig Heiberg (1854-1928), filólogo e historiador da ciência dinamarquês, descobriu um texto até então desconhecido de Arquimedes (287-212 a.C.). Era uma carta endereçada a Eratóstenes (285-194 a.C.), o famoso cientista grego responsável pela grande Biblioteca de Alexandria. Este trabalho tem sido desde então chamado usualmente de *O Método*.¹ Arquimedes apresentou um método heurístico para calcular áreas, volumes e centros de gravidade de figuras geométricas utilizando a lei da alavanca. Normalmente os cientistas usam a matemática para deduzir leis e propriedades físicas dos corpos. Arquimedes inverteu este procedimento ou paradigma com seu método, utilizando a física para derivar resultados matemáticos. Em particular, utilizou a lei da alavanca para calcular grandezas matemáticas tais como a área e o volume de uma esfera. Por este motivo seu método tem sido considerado por alguns autores como uma revolução copernicana.²

Esse livro apresenta uma análise e uma tradução comentada, do grego para o português, da obra *O Método* de Arquimedes. Ele é uma versão ampliada e melhorada de uma dissertação de mestrado de 2011.³ Nele são incluídos também diversos elementos de uma versão ilustrada do método de Arquimedes na qual utilizamos o mínimo de matemática e uma grande quantidade de figuras ilustrando as alavancas em equilíbrio empregadas implicitamente

¹Alguns autores preferem traduzir o título dessa obra de Arquimedes utilizando a palavra “enfoque” em vez de “método,” [Kno00], [Jul15] e [Kno16]. Nesse livro preferimos adotar a palavra “método” por ser aquela utilizada em todas as traduções conhecidas por nós.

²[Fon14] e [NN09, págs. 153-154, 161 e 193].

³[Mag11].

por Arquimedes.⁴

⁴Em inglês: [AM12]. Em português: [AM14]. Em italiano: [AM16].

Capítulo 2

O Palimpsesto de Arquimedes

Grande Descoberta Literária em Constantinopla; um Sábio Descobre Livros de Arquimedes, Copiados ao Redor de 900 d.C. Ela Abre Um Grande Campo de Pesquisa.

Essa é a manchete de primeira página do jornal *The New York Times* de 16 de julho de 1907. Ela descreve a grande descoberta de Heiberg do palimpsesto de Arquimedes, o tema principal desse livro. A obra *O Método* de Arquimedes ficou desaparecida por mais de mil anos, até ser descoberta por Heiberg no *Metochion*,¹ biblioteca do Santo Sepulcro de Jerusalém, em Constantinopla. Na década de 1920 o palimpsesto desapareceu novamente, até surgir para venda em 1998 na casa de leilão Christie's de Nova York, como anunciado no *New York Times* em 27 de outubro de 1998:

Um Texto Antigo de Arquimedes Reaparece e Está à Venda.

O resultado impressionante do leilão apareceu no *New York Times* três dias depois:

Texto de Arquimedes Vendido por 2 Milhões.

A história do palimpsesto de Arquimedes está bem contada no livro *Códex Arquimedes* de Reviel Netz e William Noel, assim como no artigo de Lowden.² O texto de Arquimedes contendo sua obra *O Método* estava escrito

¹[NN09, pág. 138].

²[NN09] e [Low11].

em um pergaminho, já que o papel ainda não era difundido no Ocidente. O pergaminho era (e ainda é) obtido a partir de uma pele animal submetida a um processo químico, usualmente com cal, e a uma raspagem para permitir uma boa adesão da tinta à sua superfície. Portanto, é natural que, sendo obtidos por um processo razoavelmente complexo, não houvesse uma grande abundância de pergaminhos.

Por esse motivo tornou-se muito comum a técnica do palimpsesto, que nada mais é do que a reciclagem dos pergaminhos. O termo palimpsesto deriva de duas palavras gregas: $\pi\alpha\lambda\iota\nu$ (palin = de novo) e $\psi\eta\omega$ (pseo = esfregar, raspar). O seu significado indica que o pergaminho usado como suporte do texto foi raspado mais de uma vez.

De acordo com Netz e Noel o texto de Arquimedes foi raspado e apagado em 1229 pelo padre Ioannes Myronas.³ Ao começar a escrever o seu livro de orações ele não tinha os pergaminhos necessários e teve que se socorrer da técnica do palimpsesto. Para isso reciclou os materiais disponíveis, entre eles alguns pergaminhos antigos contendo textos gregos de matemática que certamente não tinham muita utilidade para os monges. Feita a raspagem, ele escreveu no palimpsesto as suas orações, que foram lidas pelos monges durante algumas centenas de anos. Felizmente a raspagem não foi muito bem sucedida e o texto matemático original não foi totalmente eliminado.

Em 1899 foi feito um catálogo das obras existentes no *Metochion* do Santo Sepulcro de Jerusalém, em Constantinopla. No catálogo foi identificado um manuscrito de orações contendo, parcialmente apagado, um texto grego de matemática. Tratava-se do livro escrito por Ioannes Myronas 670 anos antes.

Em 1906 o professor Johan Ludvig Heiberg (1854-1928), Figura 2.1, da Universidade de Copenhague tomou conhecimento da existência em Constantinopla, de um palimpsesto contendo textos gregos de matemática. Ele foi um estudioso excepcional e pesquisador infatigável dos clássicos gregos de matemática aos quais dedicou grande parte da sua vida.⁴

Entre as suas inúmeras publicações podemos citar a edição de obras de diversos autores importantes:

1. A obra completa de Arquimedes (1880-1881).
2. *Os Elementos* de Euclides (1883).
3. *As Cônicas* de Apolônio (1891).

³[NN09, págs. 287 e 296].

⁴[Pet11].