

Eletrodinâmica Clássica

Notas de aula



CONSELHO EDITORIAL DA LF EDITORIAL

Amílcar Pinto Martins – Universidade Aberta de Portugal

Arthur Belford Powell – Rutgers University, Newark, USA

Carlos Aldemir Farias da Silva – Universidade Federal do Pará

Emmánuel Lizcano Fernandes – UNED, Madri

Iran Abreu Mendes – Universidade Federal do Pará

José D'Assunção Barros – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Luis Radford – Universidade Laurentienne, Canadá

Manoel de Campos Almeida – Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Maria Aparecida Viggiani Bicudo – Universidade Estadual Paulista – UNESP/Rio Claro

Maria da Conceição Xavier de Almeida – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Maria do Socorro de Sousa – Universidade Federal do Ceará

Maria Luisa Oliveras – Universidade de Granada, Espanha

Maria Marly de Oliveira – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Raquel Gonçalves-Maia – Universidade de Lisboa

Teresa Vergani – Universidade Aberta de Portugal

Eletrodinâmica Clássica

Notas de aula

Saulo Carneiro

Observatório Nacional, Rio de Janeiro

Professor titular, Universidade Federal da Bahia



2026

Copyright © 2026 o autor
1ª Edição

Direção editorial: Victor Pereira Marinho e José Roberto Marinho

Edição revisada segundo o Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Carneiro, Saulo
Eletrodinâmica clássica: notas de aula / Saulo Carneiro. – São Paulo: LF Editorial, 2026.

Bibliografia
ISBN 978-65-5563-806-6

1. Eletrodinâmica 2. Eletromagnetismo - Estudo e ensino 3. Eletromagnetismo - Problemas, exercícios etc. 4. Física - Teoria 5. Ondas eletromagnéticas 6. Relatividade (Física) I. Título.

26-381471.0

CDD-537.07

Índices para catálogo sistemático:
1. Eletromagnetismo : Física : Estudo e ensino 537.07

Eliete Marques da Silva - Bibliotecária - CRB-8/9380

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida
sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora.
Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107
da Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



EDITORIAL

LF Editorial

www.livrariadafisica.com.br

www.lfeditorial.com.br

(11) 2648-6666 | Loja do Instituto de Física da USP

(11) 3936-3413 | Editora

A Carol e Mané, que me ensinaram os acertos. Os erros são apenas meus.

Para Lorenzo.

Índice

Apresentação - Prof. Manoel Roberto Robilotta	1
Introdução	2
Parte I - Fundamentos	
Fundamentos de Eletrostática	
1 – Lei de Coulomb	5
2 – Campo eletrostático e lei de Gauss	7
<i>O potencial eletrostático</i>	12
<i>Capacitores</i>	16
<i>Energia eletrostática</i>	18
<i>Energia armazenada no campo</i>	19
3 – Expansão multipolar	20
<i>Torque sobre um dipolo elétrico</i>	23
<i>Campo dipolar</i>	24
<i>Energia de um dipolo num campo externo</i>	25
4 – Campos em meios dielétricos	26
<i>Densidade superficial de polarização</i>	30
<i>Capacitores</i>	30
Fundamentos de Magnetostática	
5 – Leis de Lorentz e Biot-Savart	33
6 – Lei de Ampère	35
7 – Dipolos magnéticos	40
<i>Precessão de Larmor</i>	43
8 – Meios magnéticos	46
Campos variáveis no tempo	
9 – A indução de Faraday	48
10 – Lei de Ampère-Maxwell	51
<i>Equação da continuidade</i>	52
<i>Corrente de deslocamento</i>	53
11 – As equações de Maxwell	54
12 – Conservação da energia e o vetor de Poynting	55
<i>Efeito Joule</i>	56
13 – Elementos de circuitos	57
<i>Resistores</i>	57
<i>Indutores</i>	58
<i>Leis de Kirchhoff</i>	59
<i>Circuitos ressonantes</i>	62
Equação de Laplace	
14 – Equações de Maxwell em meios materiais	64
15 – Condições de contorno (ou de continuidade)	64
16 – A equação de Laplace	68
<i>Teorema da Unicidade</i>	68
17 – Método das imagens	71
<i>Soluções dos exercícios</i>	73
18 – Separação de variáveis	76
<i>Exemplo</i>	78
Exercícios complementares	83

Parte II - Tópicos Avançados

Ondas eletromagnéticas

19 – A equação de ondas	87
20 – Potenciais eletromagnéticos	88
<i>Invariância de gauge</i>	89
21 – Ondas planas	91
<i>Intensidade</i>	92
22 – Ondas em meios condutores	93
<i>Exercício extra: guia de ondas</i>	95

Relatividade Restrita

23 – O Princípio da relatividade	97
<i>A relatividade do espaço</i>	98
<i>O experimento de indução</i>	98
<i>A velocidade da luz</i>	99
<i>A relatividade do tempo</i>	100
24 – Transformações de Lorentz	101
<i>Dilatação temporal</i>	104
<i>Contração espacial</i>	105
<i>Simultaneidade</i>	106
<i>Composição de velocidades</i>	106
<i>A velocidade limite</i>	108
25 – Espaço de Minkowski	109
<i>Causalidade</i>	111
26 – Dinâmica relativística	112
<i>Princípio de Hamilton</i>	112
<i>Energia e momento relativísticos</i>	114
27 – 4-vetores	116
<i>4-velocidade e 4-momento</i>	118
28 – Aplicações	121
<i>Aberração da luz</i>	121
<i>Efeito Doppler</i>	122
<i>Pressão da radiação</i>	124
<i>Momento eletromagnético</i>	125
<i>Decaimento radioativo</i>	126

Campos de cargas em movimento

29 – Formulação covariante	128
30 – Transformações de Lorentz para os campos	130
31 – Força de Lorentz	130
32 – Campo de uma carga em MRU	132
33 – Campos de radiação	134
<i>Potenciais de Liénard-Wiechert</i>	134
<i>Radiação dipolar</i>	136
<i>Radiação por cargas relativísticas</i>	139

Formulação lagrangiana

34 – Equações de Euler-Lagrange	142
35 – Tensor do campo eletromagnético	144
<i>Transformações de Lorentz</i>	147
36 – Lagrangiana eletromagnética	147
<i>Invariância de gauge e a conservação da carga</i>	149

Bibliografia recomendada	151
--------------------------------	-----

Apresentação

O eletromagnetismo é uma das teorias mais importantes da física. Foi ele que estabeleceu o conceito de campo, desvendou a natureza das ondas eletromagnéticas, motivou a teoria da relatividade e, atualmente, continua presente em praticamente todas as áreas da pesquisa, sejam elas teóricas, experimentais ou aplicadas. O domínio dos conceitos e das técnicas da teoria é, portanto, essencial à boa formação de estudantes de ciências, especialmente os da física.

Um tema complexo como esse admite várias abordagens, com diferentes níveis de profundidade e ênfases em aplicações, mas, por ser uma teoria madura, todas essas variações giram em torno de um mesmo núcleo essencial, representado pela sua estrutura matemática. Neste livro, o Prof. Saulo Carneiro, experiente pesquisador em temas teóricos, apresenta a *Eletrodinâmica Clássica* de forma adequada a cursos avançados de graduação e pós-graduação. O seu texto é compacto e organizado com foco na unidade formal da teoria. Ele é composto por duas partes, a primeira delas dedicada aos fundamentos, começando com campos elétricos e magnéticos estáticos, passando aos efeitos do tempo – incluindo aplicações a circuitos – e à equação de Laplace. Na segunda, são discutidas ondas eletromagnéticas, relatividade restrita, campos de cargas em movimento e a formulação lagrangiana. Essas duas partes são acompanhadas por exercícios propostos ou resolvidos. A leitura desse material pressupõe conhecimentos de cálculo diferencial e familiaridade com integrais múltiplas, operadores diferenciais gradiente, divergente e rotacional, bem como os teoremas de Gauss e Stokes.

Um texto envolve, necessariamente, um conteúdo ordenado sequencialmente e, neste caso, o autor fez um esforço para compatibilizar a complexidade dos temas discutidos com o tempo disponível nas grades curriculares de cursos universitários, formatando-o com base na sua experiência como professor. Deste modo, o texto incorpora também uma proposta já testada de ritmo pedagógico, que pode ser muito útil a docentes interessados em implantar disciplinas de eletromagnetismo.

Manoel Roberto Robilotta

Professor Titular Sênior do Instituto de Física da USP

Introdução

As presentes notas resultam de anos de ensino de Eletromagnetismo em cursos de Física, tanto na graduação quanto na pós-graduação. Na graduação, foram concebidas para um curso avançado de dois semestres; na pós-graduação, para uma disciplina de um semestre, com seleção adequada dos tópicos e maior ritmo de exposição. Durante a pandemia, a necessidade de fornecer aos estudantes um texto que permitisse o acompanhamento remoto das aulas levou estas notas a assumirem uma forma mais sistemática.

Ao transformá-las em livro, procurei preservar sua origem: trata-se de um texto dirigido à sala de aula. Isso significa que a escolha dos assuntos e a extensão dos capítulos foram guiados não apenas pela estrutura conceitual do Eletromagnetismo, mas também pela experiência concreta de ensino. O objetivo é oferecer um texto completo, matemática e conceitualmente rigoroso, com as passagens demonstradas, com exercícios em número suficiente para o trabalho regular em sala, mas escrito de forma direta e concisa. A intenção não é cobrir todas as aplicações possíveis da teoria, e sim concentrar-se nos tópicos que, de fato, podem ser ministrados com proveito em um curso avançado.

O livro contém 36 seções, distribuídas em oito capítulos e organizadas em duas partes. Em um curso de graduação de dois semestres, isso corresponde aproximadamente ao ritmo de uma seção por semana. Os cerca de 70 exercícios propostos permitem ainda que se resolvam, em média, ao menos dois exercícios por semana em sala de aula. Além deles, ao longo das seções há inúmeras perguntas e problemas conceituais dirigidos aos alunos, sobre os quais são convidados a pensar. As seções são ainda amplamente ilustradas, com quase uma centena de figuras.

A Parte I é dedicada aos fundamentos do Eletromagnetismo. Nela são estudados a eletrostática, a magnetostática, os campos variáveis no tempo — incluindo circuitos ressonantes — e a equação de Laplace. Este último tópico pode também ser deslocado para o segundo semestre, caso o professor assim prefira.

A Parte II trata de tópicos mais avançados e formais. Começa com ondas eletromagnéticas, potenciais eletromagnéticos e invariância de gauge; passa então à Relatividade Restrita, ao formalismo covariante da Eletrodinâmica, aos campos de cargas em movimento e ao estudo da radiação. Um tópico extra, de caráter optativo, sobre o formalismo lagrangiano do campo eletromagnético, é apresentado no último capítulo.

Estas notas não pretendem substituir os livros-texto extensivos disponíveis em português ou inglês, como os de Griffiths, Marion, Jackson, Frenkel ou Barcelos Neto. Em algumas passagens, aliás, o estudante é explicitamente remetido a essas obras. A proposta aqui é outra: fornecer um caminho mais compacto, mas ainda assim demonstrativo e conceitualmente completo, que possa servir tanto ao acompanhamento das aulas pelos alunos quanto à preparação de um curso por outros professores.

Como pré-requisito, supõe-se que o estudante tenha cursado as quatro disciplinas de Cálculo e as quatro de Física Básica. Uma excelente abordagem do Eletromagnetismo nesse nível pode ser encontrada no volume 2 da coleção de Berkeley, bem como na recente obra em dois volumes de Bechara, Duarte, Robilotta e Salem, publicada pela Edusp.

Por se tratar de um curso voltado a estudantes de Física, e por seu viés mais teórico-formal, optei por adotar o sistema gaussiano de unidades. Nesse sistema, o conteúdo geométrico de algumas leis, como a lei de Gauss, aparece de forma mais nítida; a velocidade da luz surge naturalmente nas equações da magnetostática e nas equações de onda; e os campos elétrico e magnético têm a mesma dimensão, o que torna mais intuitivo seu intercambiamento sob transformações de Lorentz.

Espero que estas notas sejam úteis não apenas aos estudantes, mas também aos professores que desejem dispor de um roteiro conciso, rigoroso e adaptado à realidade de um curso avançado de Eletromagnetismo.

Parte I

Fundamentos

Fundamentos de Eletrostática

A física moderna reconhece a existência de quatro interações fundamentais:

Gravitacional: resultado da curvatura espaço-temporal, é descrita pela teoria da Relatividade Geral, tendo como limite não-relativístico (e em presença de campos fracos) a gravitação newtoniana. Só é apreciável em presença de grandes massas, e nunca foi consistentemente quantizada¹.

Nucleares forte e fraca: a primeira é responsável pela estabilidade dos núcleos atômicos e é descrita pela Cromodinâmica Quântica (QCD). A segunda toma parte nos decaimentos radioativos e, ao ser unificada à Eletrodinâmica Quântica (QED), forma com esta as chamadas interações eletrofracas.

Eletromagnética: base das interações entre átomos e moléculas, é descrita no nível clássico pela teoria de Maxwell, que estudaremos nestas notas de aula.

1 – Lei de Coulomb

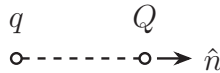


Figura 1: Duas cargas pontuais. O vetor $\hat{n}$ aponta ao longo do segmento que as une.

Em experimentos com pequenas esferas eletrificadas (por atrito ou por contato), chega-se às seguintes observações empíricas:

- i) as forças entre elas podem ser atrativas ou repulsivas, sendo que, se Q_1 atrai Q_2 , e Q_2 repele Q_3 , então Q_1 atrai Q_3 . Isso nos faz convencionar sinais positivos e negativos para as cargas

¹Nas últimas décadas, no entanto, houve avanços significativos nesse sentido, por exemplo no contexto da Loop Quantum Gravity.

elétricas, e a defini-las de forma que a força entre elas seja proporcional ao produto das mesmas:

$$\vec{F} \propto qQ \hat{n}.$$

- ii) a força entre as cargas (as pequenas esferas) é ao longo da linha que as une (que une seus centros). Logo, as cargas definidas acima são grandezas escalares.
- iii) pondo duas esferas condutoras idênticas, uma delas com carga Q e a outra neutra, em contato, sua interação com outra carga q cai à metade da interação original entre Q e q . Logo, carga é uma grandeza aditiva e conservada. Isso é satisfeito pela lei acima, pois

$$\vec{F} \propto q(Q_1 + Q_2)\hat{n} = qQ_1\hat{n} + qQ_2\hat{n} \propto \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Esta última relação está representada na figura abaixo:

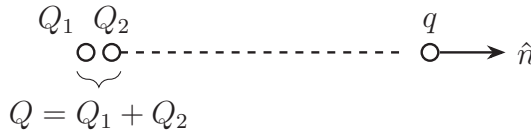


Figura 2: Ilustração do princípio de superposição para a força elétrica.

- iv) na figura acima está implícito o Princípio de Superposição: a força F_1 entre q e Q_1 não é alterada pela presença de Q_2 , o mesmo valendo para a força entre q e Q_2 , a qual não depende da presença de Q_1 . Apesar de parecer trivial, esse princípio não vale, por exemplo, para a interação forte entre prótons ou quarks. Matematicamente, ele é expresso na linearidade das equações de Maxwell.
- v) a força entre duas esferas cai com o quadrado da distância entre seus centros. Dessa forma, temos

$$\vec{F} \propto \frac{qQ}{r^2} \hat{n}.$$

Para transformar essa proporcionalidade em uma lei de forças, escrevemos

$$\vec{F} = K \frac{qQ}{r^2} \hat{n},$$

onde a escolha de K termina de definir a grandeza carga elétrica, tanto em magnitude quanto em dimensão. Se escolhemos, por exemplo, $K = 1$, temos

$$\boxed{\vec{F} = \frac{qQ}{r^2} \hat{n}} \quad (1)$$

Com essa escolha, a dimensão da carga elétrica será

$$[Q] = [F]^{1/2} [r] = g^{1/2} cm^{3/2} s^{-1} \equiv \text{statcoulomb},$$

se tomarmos para F e r as unidades do sistema CGS. Assim, a força entre duas cargas unitárias separadas por uma distância de 1 cm será 1 dina . Isso completa nossa definição de carga elétrica e nossa expressão da lei de Coulomb, dada em (1).

2 – Campo eletrostático e lei de Gauss

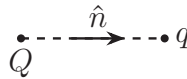


Figura 3: Geometria usada na definição do campo eletrostático.

Podemos reescrever a lei de Coulomb na forma

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad (2a)$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{r^2} \hat{n}. \quad (2b)$$

A segunda expressão define o campo eletrostático gerado pela carga Q , o qual é um campo vetorial $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$. A primeira é a força sobre uma carga q imersa nesse campo vetorial, a qual depende da posição $\vec{r}$. Se q for pequena o suficiente para não alterar a posição

de Q , dizemos que q é uma carga de prova (ou carga teste) e que o campo é um “campo dado”.

Vemos que o campo de uma carga puntiforme (nossas pequenas esferas no limite em que $r \gg$ raio da esfera) tem simetria esférica,

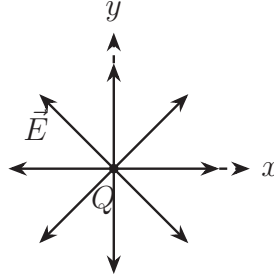


Figura 4: Campo radial de uma carga puntiforme positiva na origem.

ou seja, $\vec{E} = E(r)\hat{n}$, apontando radialmente para “fora” de uma carga positiva na origem das coordenadas. Portanto, o campo tem divergência, e para obtê-la usamos o teorema de Gauss,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dv,$$

onde S é uma superfície arbitrária que delimita o volume V . Tome-mos S como uma superfície esférica centrada na origem. Devido à simetria de $\vec{E}$, temos

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \oint_S E(r)\hat{n} \cdot d\vec{a} = E(r) \oint_S \hat{n} \cdot d\vec{a}.$$

Como $d\vec{a} = \hat{n} da$, obtemos

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = E(r) \oint_S da = E(r)4\pi r^2 = 4\pi Q,$$

pois $E(r) = Q/r^2$, e a área da esfera é $4\pi r^2$.

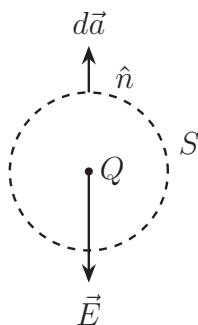


Figura 5: Superfície gaussiana esférica.

Por outro lado,

$$Q = \int_V \rho \, dv,$$

onde ρ é a densidade de carga, e a integral é sobre o volume delimitado pela superfície gaussiana S (pois não há carga fora dele). No caso de uma carga pontual, a densidade é zero em todos os pontos, exceto na origem, onde é infinita, mas sua integral sobre V é Q , por definição.

Combinando os resultados acima, temos então, pelo teorema de Gauss, que

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = 4\pi Q = 4\pi \int_V \rho \, dv = \int_V (\nabla \cdot \vec{E}) \, dv,$$

ou seja,

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho} \quad (3)$$

Esta é a lei de Gauss na forma diferencial, cuja versão integral é dada por

$$\boxed{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = 4\pi Q} \quad (4)$$

Note que o resultado continua válido se tomarmos uma gaussiana S não-esférica, pois o produto escalar $\hat{n} \cdot d\vec{a}$ projeta $d\vec{a}$ na direção de $\hat{n}$ e, como E cai com $1/r^2$, a integral se reduz a uma integral sobre o ângulo sólido.

O resultado (3) foi obtido para o campo de uma carga puntiforme. Mas, devido ao princípio de superposição, é válido para uma distribuição qualquer de cargas:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \nabla \cdot \vec{E}_i = \sum_i 4\pi\rho_i = 4\pi \sum_i \rho_i = 4\pi\rho,$$

onde $\vec{E}_i$ é o campo devido à i -ésima carga. Logo, a forma integral (4) também é válida para qualquer distribuição, onde Q é a carga interna à superfície gaussiana².

Exemplo: campo de uma casca condutora carregada:

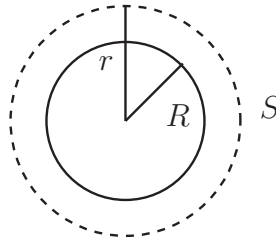


Figura 6: Casca esférica condutora e superfície gaussiana concêntrica.

Como a casca esférica é condutora, a carga Q ficará distribuída uniformemente sobre ela, pois cargas de mesmo sinal se repelem e buscarão a configuração com maior distância média entre si (configuração de menor energia). Se se tratasse de uma esfera densa, nosso problema seria o mesmo, pois as cargas se distribuiriam uniformemente na superfície, pela mesma razão.

Como a distribuição é esférica, o campo terá simetria esférica, $\vec{E} = E(r)\hat{n}$. Logo, de (4) temos

$$4\pi Q' = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = E(r) \oint_S da = 4\pi r^2 E(r),$$

onde tomamos novamente uma superfície gaussiana esférica de raio r (não confundir com a superfície condutora, de raio R ; a superfície

²Cargas externas a S não contribuem para o fluxo sobre a mesma, pois toda linha de campo que “entra” em S , “sai” em outro ponto. Ou seja, as linhas de campo dessas cargas não divergem nem convergem para o interior de S .

S é imaginária). Assim, temos

$$E(r) = \frac{Q'}{r^2},$$

onde Q' é a carga interna a S (não confundir com a carga Q da esfera condutora). Se $r < R$, temos que $Q' = 0$ (ver figura acima). Se $r > R$, temos que $Q' = Q$. Logo, o campo da esfera será

$$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \text{se } r < R, \\ \frac{Q}{r^2} \hat{n}, & \text{se } r > R. \end{cases}$$

Vemos então que uma distribuição esfericamente simétrica de carga cria, fora da mesma, o mesmo campo de uma carga pontual no centro da distribuição. E que o campo no interior de uma casca carregada, condutora, ou no interior de uma esfera densa, condutora, é zero.

Problema: Na verdade, o campo eletrostático no interior de qualquer condutor é zero. Por quê?

Exercício 1: Seja uma esfera não-condutora, densa, carregada com uma distribuição uniforme de carga, com densidade volumétrica ρ_0 . Obtenha o campo elétrico no exterior e no interior da mesma.

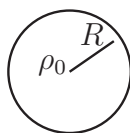


Figura 7: Esfera não condutora com densidade volumétrica uniforme ρ_0 .

Atenção: a carga está distribuída em todo o volume da esfera, uniformemente.

Problema: Considere um sistema de unidades em que escolhamos a constante K na lei de Coulomb com dimensão

$$[K] = N m^2.$$

Qual a dimensão de carga elétrica com essa escolha?

O potencial eletrostático

Sob condições de contorno usuais, um campo vetorial fica determinado, a menos de um campo aditivo uniforme, se determinarmos sua divergência e seu rotacional. Mostremos que o rotacional do campo eletrostático é zero.

Em coordenadas esféricas, o rotacional é dado por

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} = & \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta E_\varphi) - \frac{\partial E_\theta}{\partial \varphi} \right] \hat{r} \\ & + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) \right] \hat{\theta} \\ & + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right] \hat{\varphi},\end{aligned}$$

onde $\hat{r}$, $\hat{\theta}$ e $\hat{\varphi}$ são os versores do sistema de coordenadas, e E_r , E_θ e E_φ as correspondentes componentes de $\vec{E}$.

No caso de um campo coulombiano, gerado por uma carga na origem, temos que $\vec{E} = E(r)\hat{r}$, devido a sua simetria esférica. Ou seja, $\vec{E}$ tem apenas componente E_r , e a mesma só depende de r . Vemos então que

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = 0} \quad (5)$$

No caso de um campo gerado por uma distribuição estática de cargas, podemos usar o princípio de superposição e a linearidade do operador rotacional para escrever

$$\nabla \times \vec{E} = \nabla \times \left(\sum_i \vec{E}_i \right) = \sum_i \nabla \times \vec{E}_i = \sum_i \vec{0} = 0,$$

onde $\vec{E}_i$ é o campo coulombiano de cada carga.

Podemos agora usar o teorema de Stokes e fazer

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} = 0,$$

onde Γ é um circuito arbitrário que delimita a superfície S . (S é uma superfície aberta; não confundir com a superfície gaussiana